

Порівняння структурного та потокового підходів для аналізу уразливості багатошарових мережевих систем

Олександр Поліщук

Доктор технічних наук, Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, 79060, Україна, Львів, вул. Наукова 3 «б», e-mail: od_polishchuk@ukr.net

У роботі здійснюється порівняльний аналіз структурного та потокового підходів до дослідження наслідків ураження процесу міжсистемних взаємодій, який описується частково покритими монопотокowymi багатошаровими мережевими системами (БШМС). Наведені структурна та потокова моделі БШМС та визначені основні структурні та функціональні показники важливості окремих шарів багатошарової системи. На підставі цих показників побудовано сценарій найбільш ймовірної загальносистемної атаки на БШМС. На прикладі загальної транспортної системи України проаналізовано наслідки її ураження під час поширення пандемії COVID-19 та російсько-української війни. Показано суттєві переваги потокового підходу для дослідження наслідків масштабних цілеспрямованих атак та нецільових уражень багатошарових мережевих систем.

Ключові слова: міжсистемні взаємодії, багатошарова мережева система, потокова модель, цілеспрямована атака, нецільове ураження, транспортна система.

Вступ. Будь-яка реальна система може потрапити під дію різнорідних негативних впливів. У статті [1] були проаналізовані основні види таких впливів на складні мережеві системи (МС) та процеси міжсистемних взаємодій. Серед них насамперед виділялися цілеспрямовані атаки та нецільові ураження складних систем, які можуть бути внутрішніми або зовнішніми по відношенню до МС, мати локальний, груповий або загальносистемний характер та бути спрямованими на ураження як структури, так і процесу функціонування МС та БШМС. У статті [2] запропоновані стратегії захисту багатошарових систем від послідовних атак на найважливіші за певними показниками їх елементи, які були визначені на підставі структурної та потокової моделей цих систем, а у статті [3] – сценарії одночасних групових атак на найважливіші зі структурного та функціонального погляду складові таких утворень. Історія знає чимало прикладів, коли локальні ураження реальних МС та БШМС переростали у групові, а групові – у загальносистемні (перехід епідемій у пандемії [4], локальних військових конфліктів – у світові війни [5], розвиток маргінальних екстремістських поглядів – у загальнодержавні ідеології [6], поширення сільськогосподарських шкідників та процеси інвазії [7, 8] тощо). Загальносистемними негативними впливами вважатимемо такі дії стосовно системи, під час яких у тій чи іншій мірі прямо або опосередковано вражаються усі її елементи. Оскільки кількість таких елементів може бути достатньо

великою, то часто загальносистемні ураження намагаються здійснити шляхом послідовних групових атак [3] на зразок ракетних ударів по нафтобазах України весною та влітку 2022 р., що призвело до дефіциту пального в країні, або нападів на об'єкти енергетичної інфраструктури у 2022–2026 рр., наслідком яких стало введення графіків відключення електроенергії практично для всіх її споживачів. У теорії складних мереж стратегіям захисту від загальносистемних атак та нецільових уражень МС та БШМС до недавнього часу приділялася порівняно невелика увага і лише COVID-19 та вплив російсько-української війни на світову спільноту показали, що такі ураження є цілком реальними і людство загалом не готове до протидії їх поширенню та подолання наслідків [9, 10].

Метою цієї статті є порівняльний аналіз структурного та потокового підходів до дослідження наслідків цілеспрямованих атак та нецільових уражень БШМС на прикладі загальної транспортної системи (ЗТС) України під час поширення пандемії COVID-19 та російсько-української війни.

1. Моделі багат шарових мережових систем

У статтях [2, 3] було показано, як на підставі структурної та потокової моделей багат шарової мережової системи можна визначити показники важливості її елементів та підсистем, будувати з використанням цих показників ефективні сценарії цілеспрямованих атак на структуру та процес функціонування багат шарової системи та оцінювати наслідки таких атак. Застосуємо ці моделі для визначення показників важливості окремих шарів БШМС та побудови дієвих сценаріїв цілеспрямованих атак на процес міжсистемних взаємодій загалом.

Структурна модель міжсистемних взаємодій описується багат шаровими мережами (БШМ) та відображається у вигляді [11]

$$G^M = \left(\bigcup_{m=1}^M G_m, \bigcup_{\substack{m,k=1 \\ m \neq k}}^M E_{mk} \right),$$

де $G_m = (V_m, E_m)$ визначає структуру m -го мережового шару БШМ; V_m – множина вузлів мережі G_m ; E_m – множина зв'язків мережі G_m , N_m та L_m – кількість вузлів та ребер мережі G_m відповідно, E_{mk} – множина зв'язків між вузлами множин V_m та V_k , $m \neq k$, $m, k = \overline{1, M}$, M – кількість шарів БШМ. Множину

$$V^M = \bigcup_{m=1}^M V_m$$

називатимемо загальною сукупністю вузлів БШМ, N^M – кількість елементів множини V^M . У цій статті ми розглядаємо частково покриті багат шарові мережі [12], у яких зв'язки можливі лише між вузлами з однаковими номерами із

загальної сукупності вузлів V^M (рис. 1). Це означає, що кожний вузол може бути елементом кількох систем та виконувати у них одну функцію, але різними способами. Множину

$$E^M = \bigcup_{m=1}^M E_m$$

називатимемо загальною сукупністю ребер БШМ, L^M – кількість елементів множини E^M . Вузли, через які здійснюються міжшарові взаємодії, називатимемо точками переходу БШМ. Кількість K^M зв'язків, які здійснюються через точки переходу із шару на шар у даному випадку обчислюється за формулою

$$K^M = \sum_{i=1}^{N^M} (k_i - 1),$$

у якій значення k_i дорівнює кількості шарів, до складу яких входить вузол n_i , $i = \overline{1, N^M}$, загальної сукупності вузлів V^M .

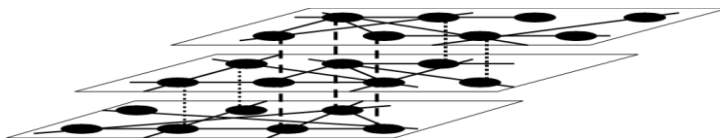


Рис. 1. Приклад структури частково покритої багатошарової мережі

Багатошарова мережа G^M повністю описується матрицею суміжності

$$\mathbf{A}^M = \{\mathbf{A}^{km}\}_{m,k=1}^M,$$

у якій блоки \mathbf{A}^{mm} визначають структуру внутрішньшарових, а блоки \mathbf{A}^{km} , $m \neq k$, – міжшарових взаємодій. Значення $a_{ij}^{km} = 1$, якщо існує ребро, яке з'єднує вузли n_i^k та n_j^m , та $a_{ij}^{km} = 0$, $i, j = \overline{1, N^M}$, $m, k = \overline{1, M}$, якщо такого ребра немає.

Блоки $\mathbf{A}^{km} = \{a_{ij}^{km}\}_{i,j=1}^{N^M}$, $m, k = \overline{1, M}$, матриці \mathbf{A}^M визначаються для загальної сукупності вузлів БШМ, тобто знімається проблема координації номерів вузлів у випадку їх незалежної нумерації для кожного шару.

У статті [1] було запропоновано метод декомпозиції багатовимірних (мультипотоккових) БШМС [13] на монопотоккові багатошарові системи та розглянута потокова модель таких систем, яка дає змогу обчислювати основні локальні та глобальні функціональні характеристики елементів цих утворень. Для визначення показників функціональної важливості складових монопотоккової БШМС використовуватимемо потокову модель [2], яка описується матрицею

Олександр Поліщук Порівняння структурного та потокового підходів для аналізу уразливості багатшарових мережесистем

суміжності $\mathbf{F}^M(t)$, елементи якої визначаються об'ємами потоків, які пройшли ребрами БШМ за період $[t-T, t]$ до поточного моменту часу $t \geq T > 0$:

$$\mathbf{F}^M(t) = \{\mathbf{F}^{km}(t)\}_{k,m=1}^M,$$

у якій блоки $\mathbf{F}^{mm}(t)$ описують рух внутрішньшарових, а блоки $\mathbf{F}^{km}(t)$, $m \neq k$, – міжшарових потоків. Значення елементів блоків $\mathbf{F}^{km}(t)$ обчислюються за співвідношенням

$$f_{ij}^{km}(t) = \tilde{f}_{ij}^{km}(t) / \max_{n,l=1,M} \max_{s,p=1,N^M} \tilde{f}_{sp}^{nl}(t), \quad f_{ij}^{km}(t) \in [0, 1], i, j = \overline{1, N^M}, k, m = \overline{1, M},$$

у якому значення $\tilde{f}_{ij}^{km}(t)$ дорівнює реальним обсягам потоків певного типу, обчислених у відповідних одиницях вимірювання, а $f_{ij}^{km}(t)$ – нормалізованим (безрозмірним) їх значенням, які пройшли ребром (n_i, n_j) , $i, j = \overline{1, N^M}$, мережі протягом проміжку часу $[t-T, t]$ до поточного моменту $t \geq T \geq 0$. Очевидно, що структура матриці $\mathbf{F}^M(t)$, $t \geq T \geq 0$, є тотожною структурі матриці \mathbf{A}^M . Елементи потокової матриці суміжності БШМС визначаються на підставі емпіричних даних про рух потоків її ребрами. Натепер за допомогою сучасних засобів відбору інформації такі дані достатньо легко отримати для багатьох природних та переважної більшості створених людиною систем (транспортних, енергетичних, фінансових, інформаційних тощо) [14].

Ми розрізняємо поняття БШМ, як структури, та БШМС, як системи. Залізниця, як мережа вузлів (станцій), поєднаних ребрами (коліями), забезпечує функціонування двох систем – вантажних та пасажирських перевезень. Ці системи є взаємодіючими та взаємопов'язаними, оскільки спільно використовують залізничну мережу, локомотиви, засоби зв'язку, працівників, узгоджують графіки руху пасажирських та вантажних поїздів, але мають різні системи управління та принципи організації роботи.

Сценарії послідовних та одночасних групових цілеспрямованих атак на шари-системи БШМС будуються за тими ж принципами, що й відповідні сценарії таких атак на елементи та підсистеми багатшарових систем [2, 3] з тією різницею, що об'єктами атаки є шари БШМС. Основним способом покращення ефективності таких сценаріїв є визначення структурних та/або функціональних показників важливості шарів БШМС, ураження яких завдасть їй якнайбільшої шкоди.

2. Показники важливості шарів багатшарових мережесистем

Визначимо найважливіші для аналізу уразливості структури міжсистемних взаємодій характеристики шарів частково покритої БШМС, значення яких доцільно враховувати під час побудови сценаріїв загальносистемних цілеспрямованих атак. До переліку таких характеристик входять:

- 1) питома вага θ_m сукупності вузлів m -го шару у загальній сукупності вузлів частково покритої БШМ, яка визначається за співвідношенням $\theta_m = N_m / N^M$, у якому значення N_m дорівнює рангу матриці \mathbf{A}^{mm} , $m = \overline{1, M}$;
- 2) питома вага ϑ_m сукупності зв'язків m -го шару у загальній сукупності зв'язків частково покритої БШМ, яка визначається за співвідношенням $\vartheta_m = L_m / L^M$, у якому значення L_m дорівнює кількості ненульових елементів матриці \mathbf{A}^{mm} , $m = \overline{1, M}$;
- 3) вхідний ступінь m -го шару, який дорівнює кількості точок переходу на даний шар з усіх інших шарів БШМ або сумарній кількості його вхідних міжшарових зв'язків, яка дорівнює сумі елементів матриць \mathbf{A}^{mk} , $m \neq k$, $k = \overline{1, M}$;
- 4) вихідний ступінь m -го шару, який дорівнює кількості точок переходу з даного шару на усі інші шари БШМ або сумарній кількості його вихідних міжшарових зв'язків, яка дорівнює сумі елементів матриць \mathbf{A}^{km} , $m \neq k$, $k = \overline{1, M}$;
- 5) питома вага ψ_m точок переходу m -го шару у сукупності усіх точок переходу частково покритої БШМ, яка визначає доступність міжшарових взаємодій для даного шару та обчислюється за співвідношенням $\psi_m = K_m / K^M$, у якому значення K_m обчислюється як сума елементів позадіагональних до \mathbf{A}^{mm} блоків матриці \mathbf{A}^M , $m = \overline{1, M}$.

Інтегральний показник процесу функціонування БШМС $s(\mathbf{F}^M(t))$, який дорівнює сумарним обсягам потоків у монопотоківій багатозаровій системі протягом періоду часу $[t - T, t]$, $t \geq T > 0$, визначається за співвідношенням

$$s(\mathbf{F}^M(t)) = \sum_{m,k=1}^M s(\mathbf{F}^{mk}(t)),$$

у якому параметри

$$s(\mathbf{F}^{mk}(t)) = \sum_{i,j=1}^{N^M} f_{ij}^{mk}(t)$$

визначають сумарні обсяги внутрішньозарових потоків m -го шару, якщо $k = m$, та обсяги міжсистемних потоків між m -им та k -им шаром, якщо $k \neq m$, $m, k = \overline{1, M}$.

Визначимо найважливіші потокові характеристики шарів-систем у монопотоківій багатозаровій мережевій системі, значення яких доцільно враховувати під час побудови сценаріїв загальносистемних цілеспрямованих атак:

- 1) питомі обсяги $\varphi_m^{int}(t)$ внутрішньозарових потоків у m -му шарі БШС, які визначаються за співвідношенням

Олександр Поліщук Порівняння структурного та потокового підходів для аналізу уразливості багат шарових мережевих систем

$$\varphi_m^{int}(t) = s(\mathbf{F}^{mm}(t)) / s(\mathbf{F}^M(t));$$

2) питомі обсяги $\varphi_m^{ext,out}(t)$ вихідних потоків m -го шару у БШМС, які відображають його роль, як генератора потоків у багат шаровій системі та визначаються за співвідношенням

$$\varphi_m^{ext,out}(t) = \sum_{k=1, k \neq m}^M s(\mathbf{F}^{mk}(t)) / s(\mathbf{F}^M(t));$$

3) питомі обсяги $\varphi_m^{ext,in}(t)$ вхідних потоків m -го шару у БШМС, які відображають його роль, як кінцевого приймача потоків у багат шаровій системі та визначаються за співвідношенням

$$\varphi_m^{ext,in}(t) = \sum_{k=1, k \neq m}^M s(\mathbf{F}^{km}(t)) / s(\mathbf{F}^M(t));$$

4) питомі обсяги $\varphi^m(t)$ транзитних потоків, які проходять через точки переходу m -го шару БШМС [15], $m = \overline{1, M}$, $t \geq T > 0$.

Зазначимо, що шари з найбільшими значеннями перерахованих вище структурних та функціональних показників важливості або їх агрегованими значеннями можуть стати першочерговими цілями послідовних загальносистемних атак на БШМС. Типовий сценарій такої атаки полягає у послідовному виконанні наступних кроків:

- 1) складаємо перелік шарів БШМС у порядку зменшення значень обраного показника важливості у багат шаровій системі;
- 2) видаляємо перший шар із створеного переліку;
- 3) якщо критерій успішності атаки досягнуто, то завершуємо виконання сценарію, інакше переходимо до пункту 4;
- 4) оскільки структура та процес функціонування багат шарової системи унаслідок ураження певного шару (та його міжшарових зв'язків) змінюється, складаємо новий перелік шарів у порядку зменшення значень обраного показника важливості у БШМС та переходимо до пункту 2.

Критерієм успішності атаки у цьому випадку доцільно обирати зменшення обсягів потоків у багат шаровій системі $s(\mathbf{F}^M(t))$, $t \geq T$, на певну наперед визначену величину. Наступними за складністю забезпечення захисту та подолання наслідків є одночасні атаки на кілька або усі шари БШМС, до яких можна віднести гібридні війни, санкції проти країн, які несуть загрозу світовій безпеці і т. ін. Сценарії таких атак будуються за тими ж принципами, що й одночасних групових [3], з тією різницею, що в якості цілей атаки обираються не найважливіші за певними ознаками групи вузлів, а шари-системи БШМС.

Зрозуміло, що ураження структури мережевої системи призводить до обмеження або навіть припинення процесу її функціонування. За час російсько-української війни знищено або пошкоджено 80–90% теплових станцій, 40–50% усіх гідроелектростанцій, заблоковано Запорізьку АЕС та втрачено близько 90%

вітрової та значну частину сонячної генерації. Це призвело до зменшення загальної потужності енергосистеми України із 55 до менше, ніж 15 ГВт, тобто більше, ніж на 73%. Водночас, дестабілізувати або навіть зупинити процес функціонування МС можна і за неураженої структури. Так, починаючи із 24 лютого 2022 року, авіаційна транспортна система України фактично припинила свою роботу лише унаслідок загрози збиття літаків. Зазначимо, що структура цієї системи залишилась практично неушкодженою. Розглянемо конкретний приклад уразливості реальних БШМС до цілеспрямованих атак та дії нецільових уражень.

3. Ураження загальної транспортної системи країни

Одним із показових прикладів багатомірної мережі є загальна транспортна система країни. ЗТС є двовимірною МС, яка забезпечує рух двох основних видів потоків – вантажних та пасажирських [16]. Як і для більшості багатомірних мереж, перехід потоків між шарами (перетворення пасажирів на вантажі і навпаки) є неможливим. Кожний із шарів двовимірної ЗТС можна зобразити у вигляді чотиришарової монопотоківної мережевої системи, яка забезпечує рух пасажирів або вантажів залізничним, автомобільним, водним (морським та річковим) та авіаційним транспортом відповідно. Шари кожної із цих монопотоківних БШМС мають різні структурні та потокові характеристики. Так, до складу автомобільної транспортної системи входить 29711, залізничної – 1447, авіаційної – 25, а морської – 18 вузлів. Потоківні характеристики кожного шару пасажирської та вантажної БШМС також суттєво різняться між собою (див. таблиці 1 і 2, дані за 2018 рік [17]). Більш того, структурні та функціональні показники важливості різних шарів цих багатошарових систем можуть суттєво відрізнятися. Наприклад, питома вага вузлів автомобільного шару у загальній сукупності вузлів ЗТС $\theta_{авто} = 1,0$, а питома вага вузлів морського шару $\theta_{мор} = 0,00084$. У той же час питомі обсяги внутрішньшарових вантажних потоків у морському шарі за 2018 рік $\varphi_{мор}^{int}(t) = 0,55$, а в автомобільному – $\varphi_{авто}^{int}(t) = 0,35$ (див. таблицю 2).

Таблиця 1
Пасажирські перевезення ЗТС України у 2018–2019 роках (млн. осіб)

Рік	Залізниця	Авто	Морська	Авіа	Загалом
2018	158	1907	0	12	2077
2019	155	1805	0	14	1974
2020	68	1084	0	5	1157
2021	81	1089	0	9	1179
2022	53	663	0	0	716
2023	65	803	0	0	868

Із таблиць 1 і 2 також слідує, що морський транспорт України практично не використовується для перевезення пасажирів, а авіаційний – вантажів.

Олександр Поліщук Порівняння структурного та потокового підходів для аналізу уразливості багатшарових мережевих систем

Пасажирські авіаційні перевезення хоча й не були такими значними, як у автомобільному та залізничному шарах, але забезпечували рух пасажирів у регіони, недоступні для інших видів транспорту або з якими немає прямого чи зручного сполучення. Однак, значно більш цікавим є аналіз наслідків поширення пандемії COVID-19 (нецільового ураження) та російської агресії проти України (цілеспрямованої атаки) на структуру та процес функціонування загальної транспортної системи.

Таблиця 2
Вантажні перевезення ЗТС України у 2018–2019 роках (млн. тонн)

Рік	Залізниця	Авто	Морська	Авіа	Загалом
2018	322	1206	1892	0,1	3420
2019	313	1147	2120	0,1	3580
2020	306	1232	1812	0,1	3350
2021	314	1121	1852	0	3287
2022	151	695	598	0	1444
2023	149	677	363	0	1189

Зауважимо, що у ковідний період (2020–2021 рр.) структура ЗТС України залишалась неуразеною, але із даних, поданих у таблицях 1 і 2 слідує, що у цей час пасажирські перевезення загалом зменшились на 42% порівняно з доковідним періодом такої ж тривалості (2018–2019 рр.), тоді як вантажні – лише на 6%. Тобто, структурний підхід, який загалом реалізується теорією складних мереж, не дає змоги адекватно відстежувати подібні процеси.

У воєнний період (2022–2023 рр.) структура ЗТС унаслідок окупації частини територій України зменшилась приблизно на 20% (5 із 25 аеропортів та 5 із 18 морських портів були знищені або заблоковані; точну кількість видалених зі структури вузлів залізничної та автомобільної мереж підрахувати достатньо складно). Однак, обсяги потоків, рух яких забезпечували транспортні структури порівняно з доковідним періодом зменшились значно більше (пасажирські на 61%, а вантажні – на 63%). Це також підтверджує перевагу потокового підходу для аналізу наслідків негативного впливу на БШМС.

Важливою є проблема можливості перерозподілу руху потоків між шарами ЗТС унаслідок дії негативного впливу на один із них. Продукція металургійної та аграрної промисловості складала у 2018–2019 роках 77% усіх вантажних перевезень морським транспортом [17]. У воєнний період Україна практично припинила (зменшила на 94%) експорт металів унаслідок знищення або блокування більшості металургійних комбінатів. Однак, експорт аграрної продукції морським транспортом, хоча й суттєво зменшився (на 70% порівняно з доковідним періодом), але не припинився. У 2023 році він складав майже 55 млн. тонн. Для перевезення такого обсягу зернових морським транспортом необхідно близько 900 балкерів класу NOVA Star, залізничним – 18 тисяч зернових поїздів, автомобільним – більше 2,4 млн. зернових фур. Недостатність транспортних

засобів, обмежена пропускна здатність шляхів, збільшення відстані транспортування, логістичні труднощі та загроза блокування західних кордонів України з боку західних країн-сусідів – це основні причини неможливості переспрямування зернових потоків, які здійснювалися морським транспортом, на залізничний та автомобільний шари ЗТС.

Зазначимо, що на підставі відомих статистичних даних [17], порівняльний аналіз процесів, які перебігали у загальній транспортній системі України протягом докризових та кризових періодів можна значно поглибити та розширити. Окрім того, на підставі цих даних ми можемо ідентифікувати вузли, які є критичними для забезпечення надійного та безперебійного руху потоків у ЗТС; визначати залежність нормального функціонування БШМС від роботи вузлів – генераторів та кінцевих приймачів потоків та забезпечувати їх заміщуваність; створювати альтернативні (резервні, дублюючі) шляхи руху із достатньою пропускною здатністю для уникнення дестабілізації роботи багатопотокової системи унаслідок блокування вузлів-транзитерів і т. ін.

Висновки. У статті наведені структурна та потокова моделі монопотоків багатопотокових мережевих систем, які описують структуру та процес міжсистемних взаємодій. На підставі цих моделей визначені основні структурні та функціональні показники важливості окремих шарів-систем БШМС та побудований сценарій ефективної цілеспрямованої атаки на неї. Цінність таких сценаріїв полягає у тому, що вони визначають складові багатопотокової системи, які потребують першочергового захисту. Показано, що ураження структури окремого шару безумовно впливає на процес функціонування цього шару та дестабілізує роботу усіх пов'язаних із ним шарів-систем БШМС. На прикладі загальної транспортної системи України підтверджено, що припинити або суттєво дестабілізувати роботу окремих шарів БШМС та процес взаємодії між ними можна і за неуразеної структури. На прикладах поширення пандемії COVID-19 в Україні та російсько-української війни показано, що потоковий підхід дає змогу набагато об'єктивніше та точніше досліджувати перебіг та оцінювати наслідки ураження окремих шарів та багатопотокової системи загалом.

1. Polishchuk O., Structural and flow-based approaches to vulnerability analysis of complex network systems. In: Complex Networks and their Applications XIII, Vol. 3. Springer, Cham, 2024, pp. 353-365. doi: 10.1007/978-3-031-82435-7_29.
2. Polishchuk O., Protection of multilayer network systems from successive attacks on the process of intersystem interactions. CEUR-WS, Vol. 3790, 2024, 545-557.
3. Polishchuk O., Polishchuk D., Protection of multilayer network systems from targeted group attacks. arXiv:2503.20269, 2025. doi: 10.48550/arXiv.2503.20269.
4. Kaur H. et al, A Review: Epidemics and Pandemics in Human History. International journal of pharma research and health sciences, Vol. 8(2), 2020, 3139-3142. doi: 10.21276/ijprhs.2020.02.01.
5. Kress M., Modeling Armed Conflicts. Science, Vol. 336(6083), 2012, 865-869. doi: 10.1126/science.1217724.
6. Ehret U., Understanding the Popular Appeal of Fascism, National Socialism and Soviet Communism: The Revival of Totalitarianism Theory and Political Religion. History Compass, Vol. 5(4), 2007, 1236-1267. doi: 10.1111/j.1478-0542.2007.00438.x.

Олександр Поліщук Порівняння структурного та потокового підходів для аналізу уразливості багатшарових мережевих систем

7. Do Y., Choi M.B., Network analysis for co-occurrence of pest insects on host crops. Entomological Research, Vol. 49(1), 2019, 35-45. doi: 10.1111/1748-5967.12333.
8. Emer C., Timóteo S., How a network approach has advanced the field of plant invasion ecology. In Plant invasions: the role of biotic interactions. CABI, Wallingford UK, 2020, pp. 324-339. doi: 10.1079/9781789242171.0018.
9. Chenlia M., Bannerman S., Abrokwah E., Reviewing the global economic impacts and mitigating measures of COVID-19. Total Quality Management & Business Excellence, Vol. 33(13-14), 2022, 1573-1587. doi: 10.1080/14783363.2021.1981130.
10. Bluszcz J., Valente M., The Economic Costs of Hybrid Wars: The Case of Ukraine. Defence and Peace Economics, Vol. 33(1), 2022, 1-25. doi: 10.1080/10242694.2020.1791616.
11. Boccaletti S. et al, The structure and dynamics of multilayer networks. Physics Reports, Vol. 544(1), 2014, 1-122. doi: 10.1016/j.physrep.2014.07.001.
12. Alvarez-Zuzek L.G. et al, Dynamic vaccination in partially overlapped multiplex network. Physical Review E, Vol. 99, 2019, 012302. doi: 10.48550/arXiv.1804.10593.
13. Berlingerio M. et al, Multidimensional networks: foundations of structural analysis. World Wide Web, Vol. 16, 2013, 567-593. doi: 10.1007/s11280-012-0190-4.
14. Barabasi A.-L., The architecture of complexity. IEEE Control Systems Magazine, Vol. 27(4), 2007, 33-42. doi: 10.1109/MCS.2007.384127.
15. Polishchuk O., Polishchuk D. Vulnerability of multilayer network systems to system-wide lesions. arXiv:2503.21161, 2025. doi: 10.48550/arXiv.2503.21161.
16. Поліщук О., Яджак М., Моделі та методи комплексного дослідження складних мережевих систем та міжсистемних взаємодій. Львів: Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я.С. Підстригача НАН України, 2023.
17. Транспорт України. Державна служба статистики України, 2024. Режим доступу: https://www.ukrstat.gov.ua/druk/publicat/kat_u/2024/zb/10/zb_Trans_23.pdf.

Comparison of structural and flow-based approaches for vulnerability analysis of multilayer network systems

Olexandr Polishchuk

The paper presents a comparative analysis of structural and flow-based approaches to studying the consequences of a disruption of the process of intersystem interactions, which is described by partially overlapped monoflow multilayer network systems (MLNS). Structural and flow models of MLNS are presented and structural and functional indicators of the importance of separate layers of the multilayer system are determined. Based on these indicators, a scenario of the most probable system-wide attack on MLNS is constructed. Using the example of the general transport system of Ukraine, the consequences of its disruption during the spread of the COVID-19 pandemic and the russian-ukrainian war are analyzed. Significant advantages of the flow-based approach for studying the consequences of large-scale targeted attacks and non-targeted damage to multilayer network systems are shown.

Отримано 11 лютого 2026 р.