

**Синтез фокусуючої випромінювальної системи з
врахуванням фізичних обмежень на оптимальні
характеристики****Віктор Ткачук**

Кандидат фізико-математичних наук, науковий співробітник, Інститут прикладних проблем механіки і математики ім. Я. С. Підстригача НАН України, вул. Наукова, 3-Б, м. Львів, 79060, Україна, Національний університет Львівська політехніка, вул. С. Бандери, 12, м. Львів, 79013, Україна, e-mail: tkachukld@gmail.com

У статті вирішено задачу оптимізації фокусуючої випромінювальної системи, що складається з набору похилих напівпрозорих елементів (решіток). Параметром оптимізації є коефіцієнт заповнення решіток, який пов'язаний з радіусом провідників та відстанню між ними. Задача оптимізації вирішується відносно деяких фізичних параметрів, що визначають прозорість решіток (дзеркал). Враховуючи обмеження на цей параметр, можна отримати значення коефіцієнта заповнення решіток, які не суперечать фізично обґрунтованим величинам.

Ключові слова: напівпрозорий елемент, коефіцієнт заповнення, варіаційне формулювання, процедура оптимізації, обмеження прозорості, результати моделювання.

Вступ. Антенні решітки забезпечують різноманітні вимоги до характеристик випромінювання, які мають вирішальне значення в комунікаційних та радіолокаційних застосуваннях. Функціонування такої системи може бути засноване на квазіоптичних принципах. Квазіоптичний зв'язок між елементами решітки, частотою та областю випромінювання дозволяє значно спростити проектування системи. Основні принципи та ряд інженерних реалізацій були запропоновані в монографіях [1] – [3] та численних статтях, з яких можна відзначити [4] – [6].

Квазіоптичні співвідношення дозволяють отримати простішу структуру електромагнітних полів зовні та вирішити практичні інженерні задачі, спрямовані на проектування антен та перетворювачів поля різного типу. Цей підхід був застосований для формування заданої діаграми спрямованості (ДС) за допомогою квазіоптичної решітки (див. [7] та [8]), а також для створення електромагнітного поля заданої структури за допомогою фазових перетворювачів [9], [10].

Запропоноване дослідження присвячено вивченню квазіоптичної передавальної системи, що складається з похилих елементів та джерела збудження антени. Усі похилі елементи, крім останнього, є напівпрозорими дзеркалами, заповненими тонкими паралельними провідниками; останній елемент повністю відбиваючий [7]. Попередні дослідження, пов'язані з цією темою, були присвячені створенню бажаної ДС за допомогою такого типу решітки, і вони були спрямовані на визначення коефіцієнтів відбиття та пропускання в окремих елементах, які

забезпечують отримання амплітудної ДС всієї решітки якомога ближчої до бажаної [11], [12]. Проведені дослідження засвідчили, що для отримання амплітудної ДС з необхідними характеристиками не потрібна велика кількість елементів системи. Відповідні коефіцієнти відбиття та пропускання є функціями, які не змінюються у великих масштабах та інженерному проектуванні таких елементів.

На відміну від попередніх досліджень авторів [13], у цій статті розглядається інша функція оптимізації, а саме розподіл прозорості окремих елементів системи. Виявляється, що маючи цю функцію, можна отримати конструктивні параметри решітки, а саме радіус провідників та коефіцієнт заповнення решітки. Цей коефіцієнт є постійним у випадку постійної прозорості, але розв'язком задачі оптимізації є змінна прозорість. У зв'язку з цим виникає низка обчислювальних та технологічних проблем для проектування реальної решітки.

В статті наведено основні співвідношення для квазіоптичної випромінюєчої системи, які використовуються для визначення полів у її елементах та дальній зоні. Отримано формулу для ДС всієї системи та сформульовано задачу синтезу; також наведено результати обчислень і короткі висновки.

1. Основні співвідношення

Геометрія системи. Тут ми наводимо інформацію стосовно геометричних особливостей системи. Складові елементи (дзеркала або решітки) є напівпрозорими, і вони частково передають вхідне поле наступному елементу та відбивають частину поля в область у дальній зоні решітки. Перший елемент системи випромінює електромагнітне (ЕМ) поле; а останній повністю відбиває вхідне поле; крім того, він може незначно змінювати фазу відбитого поля.

Вертикальний розмір елементів – $2a$, а відстань між ними – d . Для досягнення концентрації випромінювання у дальній зоні кут β нахилу окремих елементів повинен задовольняти умові

$$\sin(2\beta) = 2a/d. \quad (1)$$

Геометрія системи задовольняє квазіоптичні умови [14]. Завдяки чому розмір елементів більший за довжину хвилі випромінювання ЕМ поля, а відстань між елементами системи є більшою за ці дві величини. Вищевказані припущення дозволяють встановити, що величини ka і d/a мають однаковий порядок. У зв'язку з чим, співвідношення (1) накладає обмеження на величину кута β , додаткові розрахунки дозволяють встановити його максимальне значення, яке не перевищує 20° .

Нехай U_m , $0 \leq m \leq M$ – поля на вході елемента (апертури) D_m . Фаза поля $\exp(i\varphi_0)$ на початковому елементі D_0 може бути зафіксованою, або підлягати оптимізації. Оптимізуючими параметрами є значення $\rho_m(x_m)$, $1 \leq m \leq M-1$, прозоростей елементів системи, які формують поля $U_m(\vec{R}_m)$, $1 \leq m \leq M$. Використовуючи ці оптимальні значення, ми можемо розрахувати коефіцієнти проходження R_m і коефіцієнти відбивання T_m , що дає можливість розрахувати розсіяні поля всюди поза системою.

Поля і діаграма спрямованості системи. Перерахунок полів між сусідніми елементами визначається формулою [13]

$$U_{m+1}(\vec{R}_{m+1}) = \frac{k}{2\pi} \iint_{D_m} \frac{e^{(-ik|\vec{R}_m - \vec{R}_{m+1}|)}}{|\vec{R}_m - \vec{R}_{m+1}|} U_m(\vec{R}_m) T_m(\vec{R}_{m-1}) d\vec{R}_m. \quad (2)$$

Вектори $\vec{R}_m$, $\vec{R}_{m+1}$ відповідають областям D_m і D_{m+1} і визначають позицію відповідних точок. Якщо врахувати квазіоптичні умови, то формула (2) спрощується. Для цього відстань між точками на сусідніх елементах запишемо у вигляді

$$|\vec{R}_m - \vec{R}_{m+1}| = \sqrt{(z_m - z_{m+1})^2 + |\vec{r}_{m,x} - \vec{r}_{m+1,x}|^2}, \quad (3)$$

а $\vec{r}_{m,x}$, $\vec{r}_{m+1,x}$ – радіуси-вектори, які є вертикальними проекціями на площину, яка проходить через центри елементів. Це визначає співвідношення

$$\vec{R}_m = \vec{z}_m + \vec{r}_{m,x}, \quad \vec{R}_{m+1} = \vec{z}_{m+1} + \vec{r}_{m+1,x}. \quad (4)$$

Враховуючи значення a/d і (1), ми отримаємо співвідношення

$$z_{m+1} - z_m = d + (x_{m+1} \tan \beta_{m+1} - x_m \tan \beta_m). \quad (5)$$

Остаточно, припустивши, що кути β_m і β_{m+1} однакові, отримуємо

$$|\vec{R}_m - \vec{R}_{m+1}| = d + \frac{|\vec{r}_{m,x} - \vec{r}_{m+1,x}|^2}{2d} + x_{m+1} \tan \beta_{m+1} - x_m \tan \beta_m. \quad (6)$$

Якщо підставити співвідношення (6) у (2), і використати відоме співвідношення $d\vec{R}_m = (\cos \beta)^{-1} d\vec{r}_m$, то формула для перерахунку полів набирає вигляду,

$$U_{m+1}(\vec{R}_{m+1}) = \frac{ke^{-ikd}}{2\pi \cos \beta_m} \iint_{D_m} \frac{e^{(-ik|\vec{R}_m - \vec{R}_{m+1}|)}}{2d} e^{(x_{m+1} \tan \beta_{m+1} - x_m \tan \beta_m)} \times U_m(\vec{R}_m) T_m(\vec{R}_{m-1}) d\vec{R}_m, \quad 0 \leq m \leq M-1. \quad (7)$$

Загальне поле системи визначається як сума полів (7), доповнюючи полем, яке створює лінійна решітка, яка складається з горизонтальних складових. Це дає змогу записати загальне поле тривимірної системи з $m+1$ -го елемента у вигляді

$$\bar{U}_{m+1}(\vec{R}_{m+1}) = U_{LA} U_{m+1}(\vec{R}_{m+1}), \quad (8)$$

де U_{LA} – поле решітки, яка складається з лінійних провідників довжиною $2h$.

2. Діаграма спрямованості і задача оптимізації

Формула для діаграми спрямованості. Формула (7) для перерахунку полів системи у загальному тривимірному випадку має вигляд

$$\bar{U}_{m+1}(x_{m+1}, y) = \bar{A}_m[U_m T_m] \equiv U_{LA}(y) \sqrt{\frac{c}{2\pi}} e^{-ikax_{m+1} \tan \beta_{m+1}} \times \int_{-1}^1 U_m(x_m) T_m(x_m) e^{(-i[(c/2)(x_{m+1} - x_m)^2 - kax_m \tan \beta_m])} dx_m, \quad (9)$$

якщо врахувати формулу (8) та співвідношення [15]

$$c = ka^2 / d. \quad (10)$$

ДС в кутових координатах θ і φ може бути записана як лінійна комбінація часткових парціальних діаграм окремих елементів

$$f(\theta, \varphi) = \sum_{m=1}^M f_m(\theta, \varphi). \quad (11)$$

Функції $f_m(\theta)$ визначаються за полями U_m :

$$f_m(\theta, \varphi) = B[UR] := f_{LA}(\varphi) e^{-i(m-1)kd \cos \gamma} \times \int_{-1}^1 U_m(x_m) R_m(x_m) e^{(-ika x_m (\tan \beta \cos \gamma - \sin \gamma))} dx_m, \quad (12)$$

а f_{LA} – ДС лінійної решітки, кут $\gamma = 2\beta + \theta$

Постановка оптимізаційної задачі системи. Для спрощення можна розглянути задачі оптимізації у вертикальній та горизонтальній площинах незалежно. Задачі оптимізації для обох площин дещо відрізняються. Наприклад, можна розглянути задачу максимізації випромінювання в бажаному напрямку за допомогою вибору функції прозорості $\rho_m(x_m)$, $1 \leq m \leq M-1$, оскільки останній M -й елементи повністю відбиває падаюче поле, $\rho_M(x_M) = 0$.

Аналогічну систему було розглянуто в [7] як коротко періодичу решітку. Функції $\rho_m(x_m)$ в такій інтерпретації залежать від геометрії решітки. Оптимізаційна задача полягає в максимізації функціоналу [16]

$$\tau(\rho_1, \rho_2, \dots, \rho_{M-1}) = \int_{-\theta_0}^{\theta_0} |f(\theta)|^2 d\theta. \quad (13)$$

У деяких випадках на поле $U_0(x_0)$ можуть накладатися додаткові обмеження [17]

$$\int_{-1}^1 U_0^2(x_0) dx_0 = 1. \quad (14)$$

Ця умова обмежує величину енергії, яка випромінюється першим елементом системи. В деяких випадках вона покращує збіжність ітераційного процесу, який використовується для визначення прозорості на окремих елементах системи.

3. Результати моделювання

У попередніх дослідженнях, спрямованих на визначення параметрів системи, які дають максимальні значення оптимізованого функціоналу, кілька параметрів решітки було визначено як оптимальні. На перших етапах досліджень коефіцієнти відбиття R_m , $1 \leq m \leq M$, та коефіцієнти проходження T_m , $1 \leq m \leq M-1$ були задані як шукані. Але такі параметри не дозволяють визначити фізичні характеристики решітки, а саме оптимальний радіус провідників та відстань між ними або коефіцієнт заповнення. У свою чергу, ці коефіцієнти визначаються через інший

характеристичний параметр, яка називається прозорістю $\rho_m(x_m)$, що пов'язано з вищесказаним як

$$R_m(x_m) = -\frac{e^{i(\delta_m + \gamma_m x_m)}}{1 + i\rho_m(x_m)}, \quad (15)$$

$$T_m(x_m) = \frac{e^{i(\delta_m)}\rho_m(x_m)}{1 + i\rho_m(x_m)}, \quad (16)$$

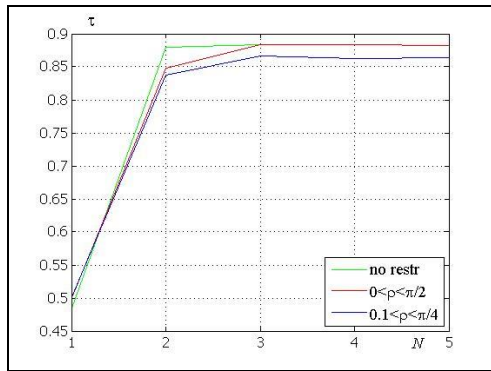
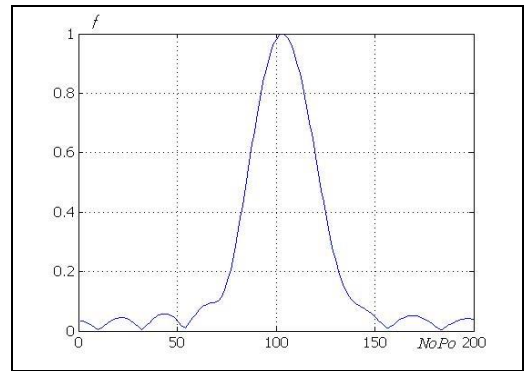
а $\rho_m(x_m)$ визначається як

$$\rho_m(x_m) = q_m(x_m) \ln(2\pi b / q_m(x_m)) / \lambda, \quad (17)$$

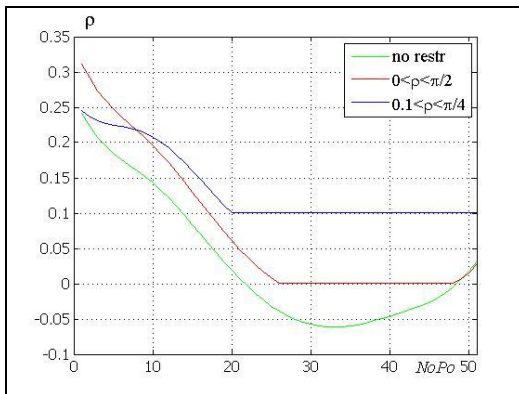
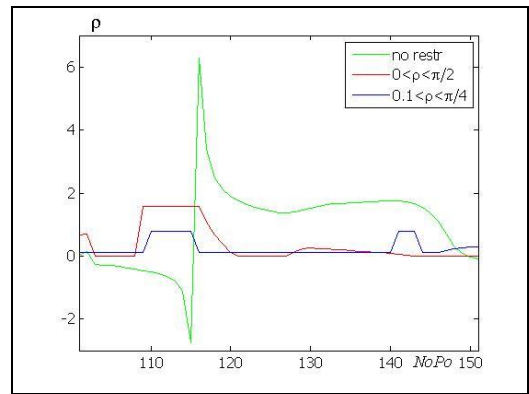
де b – радіус провідника, а $q_m(x_m)$ – коефіцієнти заповнення. Пізніші дослідження, пов'язані з оптимізацією через функцію прозорості, показали, що вона стає змінною. Отже, звертаючись до останньої формули, можна зробити висновок, що коефіцієнт заповнення $q_m(x_m)$ також змінюється. У зв'язку з цим, питання про те, як визначити відстань між сусідніми провідниками, якщо заданий їхній радіус b , призводить до неоднозначності розташування провідників. Більше того, виявилось, що кожна така реалізація не впливає на значення кінцевого рішення (значення функціоналу τ). Звичайно, щоб отримати певний зворотний зв'язок, слід побудувати нову функцію $q_m(x_m)$ у відповідних точках (старих точках), використовуючи побудовані значення дискретного коефіцієнта заповнення, а потім обчислити значення оптимізуючого функціонала. Порівнюючи це значення з попереднім, можна оцінити ефективність конструктивної процедури розташування позицій провідників у окремому елементі.

Результати обчислень, що стосуються оцінки ефективності синтезу в сенсі функціонала (13), показано на рис. 1. Моделювання проводилося для системи, що складається з $M = 4$ елементів (останній елемент повністю відбиваючий). Довжина хвилі $\lambda = 5$ см, довжина решітки у вертикальному напрямку дорівнює 25 см. Ітераційний процес швидко збігається, оскільки для досягнення точності в десятих відсотка потрібно лише п'ять ітерацій. Звичайно, якщо розглядати задачі оптимізації, в яких оптимізуючий параметр є функцією прозорості $\rho_m(x_m)$, слід враховувати, що геометричні параметри $q_m(x_m)$ та b , які впливають на його значення, не повинні суперечити умові коректності, наприклад $q_m(x_m) > 2b$. На рис. 1 показано значення τ для різних випадків функцій $\rho_m(x_m)$. Видно, що накладене обмеження суттєво не впливає на значення τ .

Ще однією характеристикою, яка визначає ефективність синтезу, є ДС, створена системою. Фізичний сенс функціонала (13) полягає в максимізації енергії, що випромінюється в заданому напрямку. Створена ДС є занадто широкою, але рівень бічних пелюсток не перевищує 0.9, а саме -20.9 дБ. На відміну від синтезу за заданою амплітудою ДС F [13], несиметрична форма головної пелюстки є характерною для розв'язку розглянутої задачі оптимізації.

Рис. 1. Залежність функціоналу τ від номеру N ітераціїРис. 2. Оптимальна синтезована ДС f

Значення оптимального розподілу прозорості $\rho_m(x_m)$ на першому елементі системи показано на рис. 3. Залежність прозорості показано для 51 точки ($NoPo$) по вертикальній довжині елемента (це стосується всіх рисунків, представлених нижче). Видно, що на основній частині елемента значення $\rho_m(x_m)$ є від'ємними. У цьому відношенні ми не можемо відповісти на питання, чи мають такі значення $\rho_m(x_m)$ фізичний сенс, а саме, чи є значеннями функції $q_m(x_m) > 2b$? Це можна зробити після розв'язання трансцендентного рівняння (17) при отриманому $\rho_m(x_m)$ та заданому b відносно $q_m(x_m)$.

Рис. 3. Оптимальні значення прозорості ρ на першому елементі при різних типах обмежень, $M = 4$.Рис. 4. Оптимальні значення прозорості ρ на третьому елементі при різних типах обмежень, $M = 4$.

Оптимальні значення $\rho_m(x_m)$ у третьому елементі системи показано на рис. 4. Видно, що розподіл $\rho_m(x_m)$, що відповідає випадку, коли обмеження не враховуються (no restr), суттєво відрізняється. Обмеження призводять до більш

постійних розподілів $\rho_m(x_m)$. Така характеристика $\rho_m(x_m)$ дозволяє змінити розподіл $q_m(x_m)$ на постійний, тобто вважати відповідну послідовність провідників рівновіддаленою; це спрощує технологічну реалізацію такого елемента. Можливість таких спрощень підтвердить обговорення результатів, представлених на рис. 7 нижче.

На рис. 5 та рис. 6 аналогічні дані наведено для решітки, яка складається з $M = 8$ елементів; результати наведено для першого та сьомого елементів. Як і в попередньому випадку, розподіл $\rho_m(x_m)$ у першому елементі аналогічний; різниця у сьомому елементі з передостаннім елементом у попередньому випадку значна. Діапазон зміни $\rho_m(x_m)$ більший, що призводить до великої різниці у відстанях між провідниками при реалізації проектування реальної решітки.

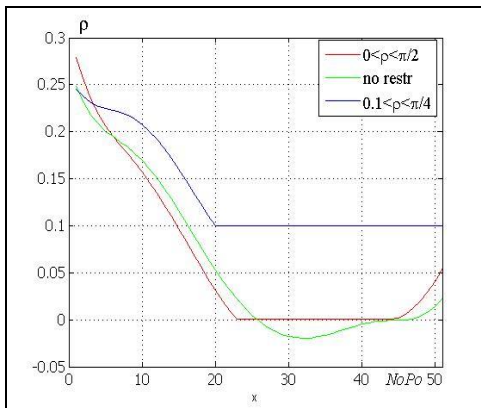


Рис. 5. Оптимальні значення прозорості ρ на першому елементі при різних типах обмежень, $M = 8$.

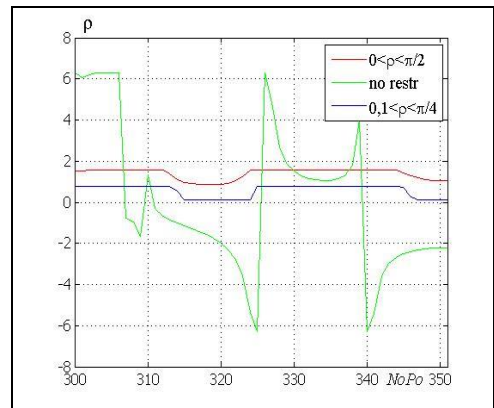


Рис. 6. Оптимальні значення прозорості ρ на сьомому елементі при різних типах обмежень, $M = 8$.

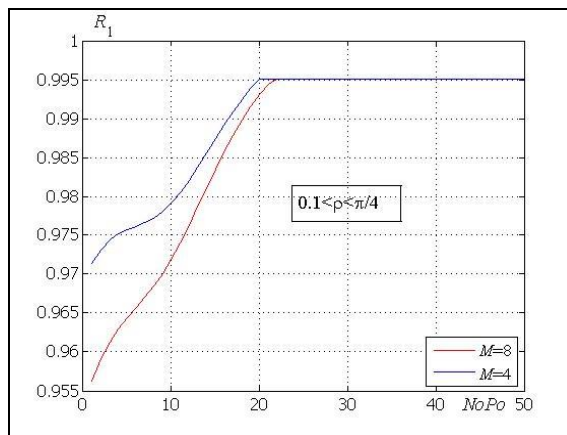


Рис. 7. Значення коефіцієнта відбивання R_1 на першому елементі при різних M

Значення коефіцієнта заломлення R_1 в першому елементі показано на рис. 7. Видно, що отримане значення дещо відрізняється від одиниці. Це означає, що перший елемент відбив основну частину енергії, що випромінювалася джерелом. Тому невелика його частина буде відбита рештою елементів, що означає, що такі елементи можна апроксимувати еквідистантною решіткою. Різниця відповідних значень функціоналу τ для такого випадку з випадком, якщо $\rho_m(x_m)$ оптимізовано у всіх елементах, не перевищує 2% - 3%. Це має практичне значення, оскільки дозволяє змінювати елементи з другого на передостанній, розміщуючи провідники в них еквідистантно.

Висновки. Квазіоптична передавальна лінійна система, яка складається з похилих напівпрозорих елементів, оптимізована шляхом вибору функції прозорості цих елементів. Функція була обрана таким чином, щоб максимізувати частину енергії, що випромінюється в заданій області. Розроблено ефективні числові процедури для забезпечення швидкої збіжності ітераційних процесів оптимізації відповідного функціоналу. Результати числового моделювання свідчать про можливість отримання конструктивних параметрів окремих елементів системи, наприклад, радіуса провідників та коефіцієнта заповнення окремих елементів.

Література

1. Kao M.-S. Chang C.-F. Understanding Electromagnetic Waves. Berlin: Springer, 2021.
2. Osipov A. V., Tretyakov S. A. Modern Electromagnetic Scattering Theory with Applications. Wiley Telecom, 2013.
3. Ufimtsev P. Ya. Theory of Edge Diffraction in Electromagnetics: Origination and Validation of the Physical Theory of Diffraction. Wiley-IET Press, 2009.
4. Klem-Musatov K., Hoeber H. C., Moser T. J., Pelissier M. A. Classical and Modern Diffraction Theory. Geophysical reprint series No 29. Tulsa, OK, USA: Society of Exploration Geophysics, 2016.
5. Davidson S. A., Thiele G. A. A Hybrid Method of Moments-GTD Technique for Computing Electromagnetic Coupling Between Two Monopole Antennas on a Large Cylindrical Surface. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. Vol. EMC-26, N. 2, pp. 90-97, May 1984, doi: 10.1109/TEMPC.1984.304192.
6. Corredor O. F., Luna M. L., Avila J. A., Bermudez S. L. Method of moments (MoM) versus GTD for the analysis of aperture antennas. *2019 IEEE Colombian Conference on Communications and Computing (COLCOM)*, Barranquilla, Colombia, 2019, pp. 1-6, doi: 10.1109/ColComCon.2019.8809183.
7. Войтович Н. Н., Казанцев Ю. Н., Ткачук В. П. Формирование заданной диаграммы направленности с помощью квазиоптической линии. *Радиотехника и электроника*. 1984. Т. 29, № 6, с. 1023-1028.
8. Voitovich N. N., Tkachuk V. P., Kazantsev Yu. N. Synthesis of quasi-optical radiating system. *Proc. of Int. Symp. on Antennas and Propagation (ISAP-89)*, Tokyo. Vol. 4, pp. 893-896, 1998.
9. Shatrov A. D., Chuprin A. D., Sivov A. N. Constructing the phase converters consisting of arbitrary number of translucent surfaces. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 1995, Vol. 43, N. 1, pp. 109-113.
10. Matsunaga T., Nishiyama E. and Tovoda I. 5.8-GHz Stacked Differential Rectenna Suitable for Large-Scale Rectenna Arrays With DC Connection. *IEEE Transactions on Antennas and Propagation*. 2015. Vol. 63, N. 12, pp. 5944-5949, doi: 10.1109/TAP.2015.2491319.
11. Voitovich N. N., Andriyuk M. I. Transformation of field in regular waveguide via phase correctors. *Proc. of XIIth International Seminar/Workshop Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2007)*, Lviv, Ukraine, pp. 63-66, 2007.
12. Andriyuk M. I. Antenna Synthesis through the Characteristics of Desired Amplitude, Newcastle, UK: Cambridge Scholars Publishing, 2019.

13. Andriychuk M. and Tkachuk V. 3D Radiating and Focusing Antenna System. 2021 *IEEE 26th International Seminar/Workshop on Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED)*, 2021, pp. 23-27, doi: 10.1109/DIPED53165.2021.9552286.
14. Bulatsyk O. O., Katsenelenbaum B. Z., Topolyuk Yu. P., Voitovich N. N. Phase Optimization Problems, Weinheim: WILEY-VCH, 2010.
15. Нефедов Е. И., Сивов А. Н. Электродинамика периодических структур. Москва: Наука, 1977.
16. Ткачук В. П. Частотно-фазовое сканирование квазиоптической излучающей системы. *Радиотехника и электроника*. 1986. Т. 31, № 5, с. 877-882.
17. Andriychuk M. I. Investigation of solution of the nonlinear synthesis problem for the waveguide array. *Proc. of Vth International Seminar/Workshop Direct and Inverse Problems of Electromagnetic and Acoustic Wave Theory (DIPED-2000)*, Lviv, Ukraine, pp. 47-51, 2000.
18. Валитов Р. А., Дюбко С. Ф., Камышан В. В. Техника субмиллиметровых волн. Москва: Сов. радио, 1969.
19. Li H., He X., Chen X., Fang Y., Fang Q. Wi-Motion: A robust human activity recognition using WiFi signals. *IEEE Access*. 2019. Vol. 7, pp. 153287-153299, doi: 10.1109/ACCESS.2019.2948102.

Synthesis of a focusing radiation system taking into account physical constraints on optimal characteristics

Viktor Tkachuk

The optimization problem of the focusing transmitting system, which consists of a set of the inclined semitransparent elements is solved in the paper. The optimization parameter is a filling coefficient of arrays, which is connected with the radius of wires and distance between them. The optimization problem is solved with respect to some physical parameters defining the transparency of mirrors. Taking into account the restrictions on this parameter one can get the filling coefficient values, which does not contradict the physically justified values.

Key words: semitransparent array, filling coefficient, variational formulation, optimization procedure, transparency restriction, modeling results.

Отримано: 22 07 2025 р.