

Аналіз міцності біматеріалу з внутрішньою тріщиною та з ковзним контактом на інтерфейсіІван Звізло¹, Назар Станкевич²¹Доцент, к. ф.-м. н., кафедра механіки Львівського національного університету імені Івана Франка, вул. Університетська, 1, Львів, e-mail zvizloivan0@gmail.com²Аспірант, e-mail nazarstankevych503@gmail.com

Розглянуто гранично-інтегральний підхід для дослідження напружено-деформівного стану безмежного біматеріалу з двох півпросторів з круговою внутрішньою тріщиною під статичним розривним навантаженням. На інтерфейсній поверхні тіла виконуються умови гладкого контакту з проковзуванням. Задача зведена до розв'язування двовимірного граничного інтегрального рівняння типу Ньютонівського потенціалу відносно невідомої функції розриву зміщень поверхонь дефекту. За допомогою розв'язків задачі обчислено коефіцієнти інтенсивності напружень відриву та проаналізовано їх залежності від співвідношення жорсткостей компонент біматеріалу, відстані від дефекту до інтерфейсу та кутової координати точки контуру тріщини.

Ключові слова: пружний біматеріал, проковзування на інтерфейсі, кругова тріщина відриву, метод граничних інтегральних рівнянь, коефіцієнт інтенсивності напружень.

Вступ. Відомо, що композитні структури, зокрема, кусково-однорідні тіла через поєднання матеріалів з різними механічними характеристиками можуть набувати нових властивостей, що характеризуються підвищеною міцністю, зносостійкістю, довговічністю, роботою в екстремальних умовах та агресивних середовищах. Водночас оцінка напружено-деформівного стану елементів конструкцій зазначеної структури вимагає від дослідників врахування низки чинників, наприклад, виду навантаження та характеру його зміни у часі, наявності тонкостінних дефектів тощо. Переважна більшість відомих результатів аналізу міцності кусково-однорідних тіл з плоскими інтерфейсами та тріщинами обмежена розглядом випадків ідеального механічного контакту на поверхні розмежування середовищ [1–3], наявності інтерфейсних тріщин на вказаній поверхні [4–6], присутності тонкого проміжного шару між різнорідними компонентами [7–10]. Однак на практиці часто виникає порушення адгезійних зв'язків на інтерфейсних поверхнях, що призводить до необхідності врахування на них неklasичних крайових умов типу гладкого контакту з проковзуванням, контакту з тертям [11]. На сьогодні у літературі не приділяли достатньо уваги врахуванню впливу цих чинників на міцність тіл з тріщинами

У роботі розглянуто тривимірну статичну задачу про розривне навантаження пружного біматеріалу з двох півпросторів за їх гладкого механічного контакту з проковзуванням. Тіло містить кругову тріщину, перпендикулярну до поверхні

розмежування півпросторів. Дослідження виконано методом граничних інтегральних рівнянь.

1. Формулювання задачі.

Розглядаємо пружний біматеріал (рис. 1), який складається з двох півпросторів A та B , ізотропні матеріали яких характеризуються модулями зсуву G_A , G_B і Пуассоновими коефіцієнтами ν_A , ν_B .

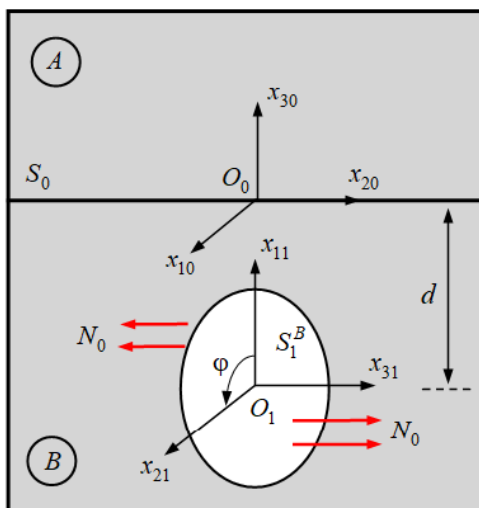


Рис. 1. Розрахункова схема задачі.

На інтерфейсній поверхні S_0 спряження півпросторів існує неідеальний контакт з проковзуванням. Півпростір B містить тріщину, яка займає кругову область S_1^B радіуса a на глибині $|O_0O_1|=d$ і розташована перпендикулярно до інтерфейсної поверхні S_0 . Протилежні поверхні $S_1^{B\pm}$ дефекту перебувають під впливом статичних розривних зусиль $N_3^{B+} = -N_3^{B-} = N_0$. Вибір і розташування декартових систем координат показано на рис. 1.

За вказаного випадку розташування дефекту у біматеріалі і типу його навантаження відмінною від нуля є лише функція $\Delta u_{31}^B(\mathbf{x}) = [u_{31}^{B-}(\mathbf{x}) - u_{31}^{B+}(\mathbf{x})] / 4\pi$ нормального розкриття поверхонь тріщини. Задача зводиться до розв'язання диференціальних рівнянь рівноваги відносно векторів переміщень $\bar{\mathbf{u}}^{-D}(u_1^D, u_2^D, u_3^D)$

$$\Delta_3 \bar{\mathbf{u}}^{-D} + \frac{1}{1-2\nu_D} \text{grad div} \bar{\mathbf{u}}^{-D} = 0, \quad D = A, B \quad (1)$$

з двома групами крайових умов. Перша група характеризує контактні умови проковзування на інтерфейсі

$$u_3^B(\mathbf{x}_0) = u_3^A(\mathbf{x}_0), \sigma_{33}^B(\mathbf{x}_0) = \sigma_{33}^A(\mathbf{x}_0), \sigma_{i3}^D(\mathbf{x}_0) = 0, i = 1, 2, D = A, B, \mathbf{x}_0 \in S_0. \quad (2)$$

Другу групу крайових умов формулюємо в області розташування тріщини у півпросторі B

$$\sum_{i=1}^3 \sigma_{i3}^B(\mathbf{x}_1) \cos(x_{31}, x_{i1}) = N_0, i = \overline{1, 3}, \mathbf{x}_1 \in S_1^B. \quad (3)$$

Також розв'язки крайової задачі (1)–(3) повинні зникати на безмежності.

2. Гранично-інтегральне формулювання задачі.

Переміщення і напруження у кожній точці півпростору D спричинені зміщеннями u_{j0}^D точок інтерфейсної поверхні S_0 та зміщеннями u_{j1}^B від розкриття тріщини. Так, переміщення у півпросторі D описуємо Ньютонівськими потенціалами

$$u_j^D(\mathbf{x}_0) = u_{j0}^D(\mathbf{x}_0) + \delta_{DB} u_{j1}^B(\mathbf{x}_0), D = A, B, \quad (4)$$

$$u_{j0}^D(\mathbf{x}_0) = -\frac{x_{30}}{2(1-\nu_D)} \frac{\partial^2}{\partial x_{j0}^2} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_{30}} H_j^D(\mathbf{x}_0) + \frac{\partial}{\partial x_{(3-j)0}} H_{3-j}^D(\mathbf{x}_0) + \frac{\partial}{\partial x_{30}} H_3^D(\mathbf{x}_0) \right\} +$$

$$+ \frac{\partial}{\partial x_{30}} H_j^D(\mathbf{x}_0) - \frac{1-2\nu_D}{2(1-\nu_D)} \frac{\partial}{\partial x_{30}} H_3^D(\mathbf{x}_0), j = 1, 2, \quad (5)$$

$$u_{30}^D(\mathbf{x}_0) = \sum_{i=1}^2 \left\{ \frac{1-2\nu_D}{2(1-\nu_D)} \frac{\partial}{\partial x_{i0}} - \frac{x_{30}}{2(1-\nu_D)} \frac{\partial}{\partial x_{i0} \partial x_{30}} \right\} H_i^D(\mathbf{x}_0) +$$

$$+ \left\{ \frac{\partial}{\partial x_{30}} + \frac{x_{30}}{2(1-\nu_D)} \Delta_{20} \right\} H_3^D(\mathbf{x}_0),$$

$$H_j^D(\mathbf{x}_0) = \iint_{S_0} \Delta u_{j0}^D(\xi) \frac{dS_\xi}{|\mathbf{x}_0 - \xi|}, u_{j1}^B(\mathbf{x}_0) = \iint_{S_1^B} \Delta u_{31}^B(\xi) \mathbf{D}_{j310}^B \frac{dS_\xi}{|\mathbf{x}_{10} - \xi|}, j = \overline{1, 3}.$$

Тут невідомі густини Δu_{j0}^D характеризують зміщення точок інтерфейсної поверхні S_0 компоненти D в напрямку координатних осей $O_0 x_{j0}$, диференціальні оператори \mathbf{D}_{j310}^B мають таку структуру

$$\mathbf{D}_{j310}^B = -\left\{ \frac{x_{310}}{2(1-\nu_B)} \frac{\partial}{\partial x_{310}} + \frac{1-2\nu_B}{2(1-\nu_B)} \right\} \left\{ \delta_{j1} \frac{\partial}{\partial x_{210}} + \delta_{j2} \frac{\partial}{\partial x_{310}} + \delta_{j3} \frac{\partial}{\partial x_{110}} \right\} +$$

$$+ \delta_{j2} \frac{3-4\nu_B}{2(1-\nu_B)} \frac{\partial}{\partial x_{310}}.$$

Після підстановки (4), (5) у співвідношення закону Гука, отримуємо інтегральні подання для компонент напружень у вигляді

$$\sigma_{j3}^D(\mathbf{x}_0) = \frac{G_D}{1-\nu_D} \left\{ \sigma_{j30}^D(\mathbf{x}_0) + \delta_{DB} \sigma_{j31}^D(\mathbf{x}_0) \right\},$$

$$\begin{aligned} \sigma_{j30}^D(\mathbf{x}_0) &= \left\{ x_{30} \frac{\partial^3}{\partial x_{j0}^2 \partial x_{30}} + \Delta_{20} - \nu_D \frac{\partial^2}{\partial x_{(3-j)0}^2} \right\} H_j^D(\mathbf{x}_0) - \\ &- \left\{ x_{30} \frac{\partial^3}{\partial x_{10} \partial x_{20} \partial x_{30}} + \nu_D \frac{\partial^2}{\partial x_{10} \partial x_0} \right\} H_{3-j}^D(\mathbf{x}_0) + x_{30} \Delta_{20} \frac{\partial}{\partial x_{j0}} H_3^D(\mathbf{x}_0), \quad j=1,2, \quad (6) \\ \sigma_{330}^D(\mathbf{x}_0) &= x_{30} \Delta_{20} \sum_{i=1}^3 \frac{\partial}{\partial x_{i0}} H_i^D(\mathbf{x}_0) - \Delta_{20} \left(1 - x_{30} \frac{\partial}{\partial x_{30}} \right) H_3^D(\mathbf{x}_0), \\ \sigma_{j31}^B(\mathbf{x}_0) &= \iint_{S_1^B} \Delta u_{31}^B(\xi) \mathbf{X}_{j310}^B \frac{dS_\xi}{|\mathbf{x}_{10} - \xi|}. \end{aligned}$$

Тут $\Delta_{20} = \partial^2 / \partial x_{10}^2 + \partial^2 / \partial x_{20}^2$ – двовимірний Лапласів оператор, диференціальні оператори \mathbf{X}_{j310}^B мають таку структуру

$$\begin{aligned} \mathbf{X}_{1310}^B &= -x_{310} \frac{\partial^3}{\partial x_{110} \partial x_{210} \partial x_{310}} - (1 - 2\nu_B) \frac{\partial^2}{\partial x_{110} \partial x_{210}}, \quad \mathbf{X}_{2310}^B = -x_{310} \frac{\partial^3}{\partial x_{110} \partial x_{310}^2}, \\ \mathbf{X}_{3310}^B &= -x_{310} \frac{\partial^3}{\partial x_{110}^2 \partial x_{310}} - \frac{\partial^2}{\partial x_{110}^2} - 2\nu_B \frac{\partial^2}{\partial x_{210}^2}. \end{aligned}$$

Поставлену крайову задачу розв'язуємо у два етапи. На першому – задовольняємо умови (2) неідеального контакту з використанням інтегральних подань (4)–(6) для переміщень і напружень. При цьому крайові умови (2) трансформуються у систему двовимірних інтегральних рівнянь типу згортки, заданих по безмежній поверхні S_0 . Застосовуючи до цих рівнянь почергово пряме та обернене двовимірні інтегральні перетворення Фур'є за змінними x_{10}, x_{20} , отримуємо подання невідомих густин Δu_{j0}^D через невідому функцію Δu_{31}^B нормального розкриття поверхонь тріщини. Так, для випадку півпростору B

$$\begin{pmatrix} \Delta u_{10}^B(\xi) \\ \Delta u_{20}^B(\xi) \\ \Delta u_{30}^B(\xi) \end{pmatrix} = \frac{1}{4\pi^2} \int \int_{-\infty}^{+\infty} \frac{\tau}{\Delta} (\mathbf{F})_{3 \times 4} J_0(\tau|\xi - \boldsymbol{\eta}|) \begin{pmatrix} E_1 \\ E_2 \\ E_3 \\ E_4 \end{pmatrix} d\tau dS_{\boldsymbol{\eta}}. \quad (7)$$

Тут $J_0(y)$ – Бесселева функція першого роду нульового порядку дійсного аргументу y ; компоненти матриці \mathbf{F} та матриці-стовпця \mathbf{E} мають вигляд

$$\begin{aligned} F_{13} = F_{14} = F_{23} = F_{24} = 0, \quad F_{22} = g_1 \tau^2 + g_2 \frac{\partial^2}{\partial \eta_1^2}, \quad F_{12} = F_{21} = g_2 \frac{\partial^2}{\partial \eta_1 \partial \eta_2}, \\ F_{22} = g_1 \tau^2 + g_2 \frac{\partial^2}{\partial \eta_2^2}, \quad F_{34} = -g_4 \tau^3, \quad F_{33} = -b_3 g_3 \tau^2, \quad F_{31} = g_5 \tau \frac{\partial}{\partial \eta_1}, \quad F_{32} = g_5 \tau \frac{\partial}{\partial \eta_2}, \end{aligned}$$

$$g_1 = (1 - \nu_A)(b_2 + b_3), \quad g_2 = \nu_B g_1, \quad g_3 = -(1 - \nu_A)(1 - \nu_B), \quad g_4 = -g_3 b_2, \quad g_5 = -g_3 b_1 b_2, \\ b_1 = \frac{1 - 2\nu_B}{2(1 - \nu_B)}, \quad b_2 = \frac{G_A}{1 - \nu_A}, \quad b_3 = \frac{G_B}{1 - \nu_B}, \quad \Delta = \tau^3 (b_2 + b_3)(1 - \nu_A)(1 - \nu_B), \\ E_j = - \iint_{S_1^B} \Delta u_{31}^B(\xi) \mathbf{X}_{j310}^B \frac{dS_\xi}{|\mathbf{x}_{10} - \xi|}, \quad j = \overline{1, 3}, \quad E_4 = \iint_{S_1^B} \Delta u_{31}^B(\xi) \mathbf{D}_{3310}^B \frac{dS_\xi}{|\mathbf{x}_{10} - \xi|}. \quad (8)$$

На другому етапі розв'язування задачі задовольняємо крайові умови (3) на поверхні S_1^B тріщини, які з урахуванням (6) трансформуються до двовимірного граничного інтегрального рівняння (ГІР) виду

$$\Delta_2 \iint_{S_1^B} \Delta u_{31}^B(\xi) \frac{dS_\xi}{|\mathbf{x}_1 - \xi|} + \sum_{j=1}^3 \iint_{S_0} \Delta u_{j0}^B(\xi) \mathbf{X}_{j01}^B \frac{dS_\xi}{|\mathbf{x}_{10} - \xi|} = \frac{1 - \nu_B}{G_B} N_0, \quad \mathbf{x}_1 \in S_1^B. \quad (9)$$

Скориставшись поданням (7) для невідомих густин Δu_{j0}^B та методикою [12] аналітичного обчислення двовимірних інтегралів по безмежних областях, ГІР (9) зводимо до остаточного вигляду

$$\Delta_2 \iint_{S_1^B} \Delta u_{31}^B(\xi) \frac{dS_\xi}{|\mathbf{x}_1 - \xi|} + \\ + \frac{1}{2(b_3 + b_4)(1 - \nu_B)} \iint_{S_1^B} \Delta u_{31}^B(\xi) \int_0^\infty \frac{e^{-2d - x_{11} - \xi_1} \tau}{\tau^2} \Omega(\mathbf{x}_1, \xi, \tau) d\tau dS_\xi = \frac{1 - \nu_B}{G_B} N_0, \quad \mathbf{x}_1 \in S_1^B, \quad (10)$$

де

$$\Omega(\mathbf{x}_1, \xi, \tau) = \sum_{i=0}^2 \Omega_i(\mathbf{x}_1, \xi, \tau) \frac{\partial^{2i}}{\partial x_{31}^{2i}} J_0(\tau |x_{21} - \xi_2|), \quad \Omega_0(\mathbf{x}_1, \xi, \tau) = 8\nu_B (1 - \nu_B)(1 - 2\nu_B) \tau^4 b_4,$$

$$\Omega_1(\mathbf{x}_1, \xi, \tau) = -2\tau^2 \left\{ (1 - \nu_B) \left[2\tau x_{301}(1 - 2\nu_B) + (1 - 4\nu_B)^2 \right] b_4 - (1 - 2\nu_B) b_3 \right\},$$

$$\Omega_2(\mathbf{x}_1, \xi, \tau) = 2(1 - \nu_B) \left[4\nu_B (1 - 2\nu_B) - \tau x_{301}(1 - 4\nu_B) \right] b_4 + (1 - 2\nu_B)(1 - \tau x_{301}) b_3.$$

Характерною особливістю рівняння (10) є відсутність інтегрування по безмежному інтерфейсу S_0 , що важливо для застосування числових методів.

3. Числове розв'язування ГІР.

Виконавши операцію диференціювання в першому доданку рівняння (10), отримуємо підінтегральне ядро, яке містить гіперсингулярність виду $|\mathbf{x}_1 - \xi|^{-3}$. Подальшу методику його регуляризації описано в [10]. Для невідомої густини Δu_{31}^B використали подання

$$\Delta u_{31}^B(\mathbf{x}_1) = \sqrt{a^2 - x_{11}^2 - x_{21}^2} \alpha(\mathbf{x}_1), \quad (11)$$

де $\alpha(\mathbf{x}_1)$ – невідома двічі неперервно-диференційовна в області S_1 функція. Подання (11) задовольняє умовам змикання поверхонь тріщини на її контурі.

Під час числового розв'язання ГР кругову область S_1 дефекту покривали чотирикутними граничними елементами з кроками розбиття $0,1a$ за полярною r і $\pi/12$ за кутовою φ координатами. У межах кожного граничного елемента дискретні значення невідомої функції $\alpha(x_1)$ вважали сталими. Задачу зводили до розв'язання системи лінійних алгебричних рівнянь відносно вузлових значень функції $\alpha(x_1)$. Визначили коефіцієнт інтенсивності напружень (КІН) нормального відриву в околі контуру тріщини

$$K_I(\varphi) = -\frac{2G\pi\sqrt{\pi a}}{1-\nu} \alpha(a\cos\varphi, a\sin\varphi) .$$

де φ – кутова координата точки контуру тріщини. Півбезмежний інтеграл в (10) обчислювали за допомогою квадратур Лагерра.

4. Аналіз результатів.

КІН нормували за допомогою КІН відриву $K_I^h = 2N_0\sqrt{a/\pi}$ для тріщини у безмежному однорідному тілі, тобто $K_I^* = K_I/K_I^h$. Обчислення проводили для значень Пуассонових коефіцієнтів $\nu_A = \nu_B = 0,3$. На рис. 2 подано залежності нормованих КІН K_I^* для найближче розташованої до інтерфейсу точки контуру дефекту ($\varphi = 0^\circ$) від співвідношення жорсткостей матеріалів півпросторів $\tilde{G} = G_A/G_B$ та глибини залягання тріщини у нижньому півпросторі d/a .

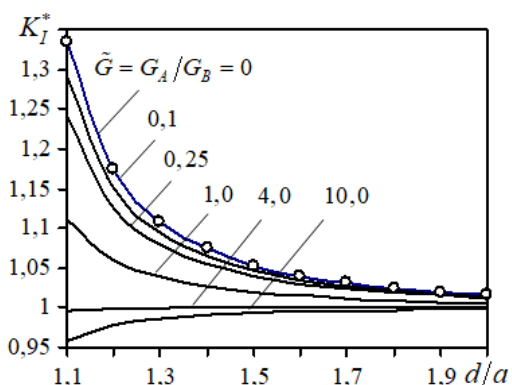


Рис. 2. Залежності нормованих КІН K_I^* від параметра \tilde{G} та d/a глибини залягання тріщини ($\varphi = 0^\circ$).

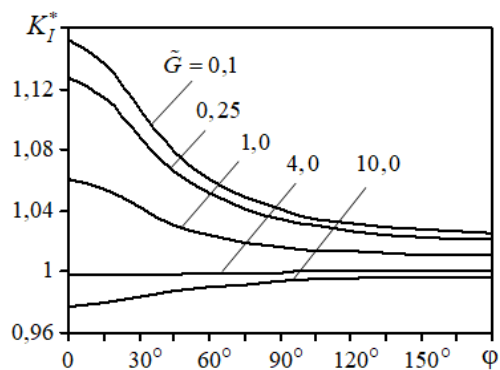


Рис. 3. Залежності K_I^* від параметра \tilde{G} та кутової координати φ точки контуру дефекту ($d/a = 1,2$).

Зростання жорсткості верхнього півпростору A супроводжується зменшенням значень K_I^* . Наведені графіки обмежені зверху своїм аналогом для випадку півпростору з вільною поверхнею (маркована лінія). Якісною відмінністю випадку проковзування компонент біматеріалу на інтерфейсі від ідеального контакту є те, що

при $\tilde{G} \rightarrow \infty$ ніколи не досягається граничного випадку розташування тріщини у півпросторі з защемленою поверхнею. Зі збільшенням глибини залягання дефекту значення КІН прямують до своїх аналогів для випадку безмежного однорідного тіла з тріщиною.

На рис. 3 подано залежності K_I^* від параметра \tilde{G} та кутової координати φ точки контура дефекту за його фіксованої глибини залягання $d/a=1,2$. Поведінка графіків подібна до випадку ідеально сконтакттованих півпросторів. Водночас спостерігаємо суттєві якісні відмінності. Для випадку проковзування двох однакових півпросторів ($\tilde{G}=1$) КІН набувають різних значень у різних точках контура дефекту (для ідеально сконтакттованих компонент біматеріалу $K_I^*=1$). Ефект проковзування на інтерфейсі проявляється також у тому, що існують значення \tilde{G} (у нашому випадку $\tilde{G} \approx 4,0$), коли дефект не відчуває контрастності жорсткості матеріалів ($K_I^*=1$), що не спостерігається в ідеально сконтакттованих півпросторах.

На рис. 4 показано залежності нормованих КІН від параметра \tilde{G} у фіксованих точках контура дефекту з кутовими координатами $\varphi=0^\circ, 90^\circ, 180^\circ$ для глибини залягання $d/a=1,1$. Із графіків видно, що збільшення жорсткості верхнього півпростору супроводжується зменшенням значень K_I^* .

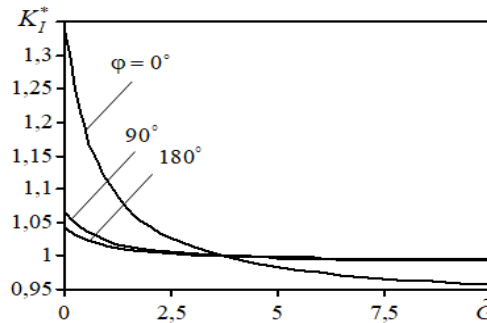


Рис. 4. Залежності нормованих КІН K_I^* від параметра \tilde{G} у фіксованих точках контура тріщини за фіксованої глибини залягання $d/a=1,1$.

Найбільш чутливою до контрастності жорсткостей матеріалів є точка контура тріщини, найближче розташована до інтерфейсу ($\varphi=0^\circ$). Водночас КІН у точці з координатою $\varphi=0^\circ$ можуть як перевищувати свої аналоги для випадків $\varphi=90^\circ, 180^\circ$, так і бути меншими за них (зазначений ефект відсутній для ідеально сконтакттованих півпросторів).

Висновки. Проведено гранично-інтегральний аналіз міцності пружного біматеріального тіла з двох півпросторів під статичним розривним навантаженням. Тіло послаблене круговою тріщиною, а на поверхні розмежування півпросторів виконуються умови неідеального механічного контакту з проковзуванням. Задачу

зведено до розв'язання двовимірного граничного інтегрального рівняння відносно невідомої функції розкриття тріщини. Проаналізовано вплив ефектів проковзування на інтерфейсі та контрастності жорсткостей компонент біматеріалу з дефектом на його міцність.

Література

- [1] *Ben-Romdhane M., El-Borgi S., Charfeddine M.* An embedded crack in a functionally graded orthotropic coating bonded to a homogeneous substrate under a frictional Hertzian contact // *International Journal of Solid and Structures*, 2013. – 50. – P. 3898–3910.
- [2] *Xiao Sh., Yue Zh., Xiao H.* Dual boundary element method for analyzing three-dimensional cracks in layered and graded halfspaces // *Engineering Analysis with Boundary Elements*, 2019. – 104. – P. 135–147.
- [3] *Хай М. В., Степанюк А. И.* О взаимодействии трещин в кусочно-однородном теле // *Прикладная механика*, 1992. – 28, № 12. – С. 46–56.
- [4] *Andrade H.C., Trevelyan J., Leonel E.D.* Direct evaluation of stress intensity factors and T-stress for biomaterial interface cracks using the extended isogeometric boundary element method // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2023. – 127. – P. 1–21.
- [5] *Chai H., Lv J., Bao Y.* Numerical solution of hypersingular integral equations for stress intensity factors of planar embedded interface cracks and their correlations with bimaterial parameters // *International Journal of Solid and Structures*, 2020. – 202. – P. 184–194.
- [6] *Gu Y., Lin J., Wang F.* Fracture mechanics analysis of bimaterial interface cracks using an enriched method of fundamental solutions: theory and MATLAB code // *Theoretical and Applied Fracture Mechanics*, 2021. – 116. – P. 1–20.
- [7] *Golub M. V., Doroshenko O. V., Wilde M. V., Eremin A. A.* Experimental validation of the applicability of effective spring boundary conditions for modeling damaged interfaces in laminate structures // *Composite Structures*, 2021. – 273. – P. 1–9.
- [8] *Pasternak Ya. M., Sulym H. T., Vasylyshyn A. V., Yasniy O. P.* Influence of interfacial layers of high thermal conductivity on the distribution of physico-mechanical fields in two-component structures // *Material Science*, 2023. – № 6. – P. 725–730.
- [9] *Stankevych V. Z., Stankevych O. M.* Acoustic emission in elastic bimaterial with crack under different contact conditions of interface plane // *International Applied Mechanics*, 2024. – 60, № 2. – P. 203–211.
- [10] *Zvizlo I. S., Stankevych N. V.* Torsion crack in a piecewise homogeneous body with a thin layer at the interface // *Materials Science*, 2024. – № 60. – P. 232–239.
- [11] *Сулим Г. Т., Піскозуб Й. З.* Умови контактної взаємодії (огляд) // *Математичні методи і фізико-механічні поля*, 2004. – № 3. – С. 110–125.
- [12] *Stankevich V. Z.* Computation of certain double integrals those are characteristic of dynamic problems of the theory of cracks in a semi-infinite body // *Journal of Mathematical Sciences*, 1996. – 81, № 6. – P. 3048–3052.

Strength analysis of a bimaterial with an internal crack and sliding interface contact

Ivan Zvizlo, Nazar Stankevych

For analyzing the stress-strain state of an infinite bimaterial composed of two half-spaces containing a circular internal crack under static tensile loading, a boundary-integral approach is considered. Smooth contact conditions with slip are imposed on the interface surface of the body. The problem is reduced to solving a two-dimensional boundary integral equation of the Newtonian potential type concerning the unknown crack opening displacement function on the defect surfaces. Using the obtained solutions, stress intensity factors for mode I are computed, and their dependencies on the stiffness ratio of the bimaterial components, the distance between the defect and interface, and on the angular coordinate of the crack contour point are analyzed.

Отримано 19.07.2025