УДК 681.32

doi.org/10.15407/fmmit2023.37.113

Кореляційні моделі в полярній системі координат для визначення взаємовпливу циклічних процесів та їх реалізація на базі кореляційних спецпроцесорів

Андрій Сегін[1], Іван Албанський[2], Аліна Давлетова[3]

[1] к. т. н., доцент, Західноукраїнський національний університет, вул. Львівська, 11, 46000, Тернопіль, andriy.segin@gmail.com
[2] к. т. н., Західноукраїнський національний університет, вул. Львівська, 11, 46000, Тернопіль, evan84@ukr.net
[3]аспірант, Західноукраїнський національний університет, вул. Львівська, 11, 46000, Тернопіль, a90f@meta.ua

У статті проведено дослідження кореляційних моделей об'єктів із врахуванням довготривалого впливу на них нескінченних процесів циклічного характеру зі сталою або змінною періодичністю. Значення їх миттєвого впливу на досліджувані об'єкти є настільки малими, що ними нехтують при побудові моделей чи аналізі. Проте, за рахунок довготривалого впливу чи багатократної повторюваності, навіть дуже слабкі кореляційні зв'язки можуть мати суттєвий вплив на протікання процесів, формування об'єктів та розвиток систем. Побудовано кореляційні моделі об'єктів з урахуванням довготривалого впливу на них нескінченних процесів. Запропоновано структуру високопродуктивного спецпроцесора обчислення коваріаційної функції у базисі Хаара-Крестенсона, що характеризується покращеними системними характеристиками шляхом підвищення швидкодії у 5-7 разів та зменшення апаратної складності.

Ключові слова: кореляційні моделі; спецпроцесор, швидкодія.

Вступ. Кореляційні методи широко використовуються для аналізу процесів та сигналів в різних галузях діяльності та дослідженнях навколишнього світу завдяки їх універсальності [1-3]. Це обумовлює необхідність їх подальшого теоретичного розвитку та практичної реалізації в плані побудови апаратних засобів - кореляційних спецпроцесорів з покращеними характеристиками.

Кореляційний аналіз застосовуються, у більшості випадків, для аналізу періодичних, квазіперіодичних або умовно нескінченних процесів, які тривають на порядки разів довше ніж досліджуваний інтервал результату їх впливу [4]. Особливістю таких процесів є те, що їх миттєвий вплив на досліджувані об'єкти є може бути достатньо незначним, що знаходиться в межах статистичної похибки. Проте через довготривалий вплив на об'єкт ефект може бути суттєвим.

Виклад основного матеріалу. В електроенергетиці, радіоелектроніці та багатьох інших сферах визначальне місце займають сигнали, які описуються синусоїдальними функціями, що в загальному мають вигляд:

$$x(t) = A \cdot \sin(\omega_1 t + \phi_1); \qquad y(t) = B \cdot \sin(\omega_2 t + \phi_2). \qquad (1)$$

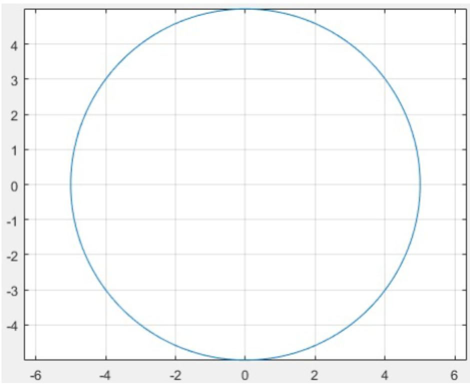
Як відомо, крива у вигляді кола задається у параметричній формі в декартовій системі координат (ДКС) системою рівнянь:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \phi), \quad y(t) = A \cdot \sin(\omega t + \phi), \tag{2}$$

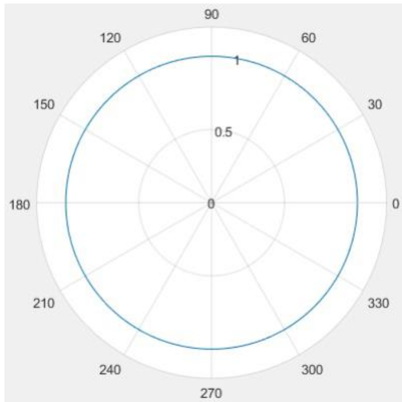
де радіус кола з центром в точці початку координат $R = A$, або в більш загальному вигляді:

$$x(t) = A \cdot \cos(\omega t + \phi) + B \cdot sin(\omega t + \phi), \quad y(t) = B \cdot cos(\omega t + \phi) - A \cdot \sin(\omega t + \phi), \tag{3}$$

де радіус кола з центром в точці початку координат $R = \sqrt{A^2 + B^2}$ (рис.1, а).



$x(t) = 4 \cdot \cos(\omega t + \varphi) + 3 \cdot sin(\omega t + \varphi)$
$y(t) = 3 \cdot cos(\omega t + \varphi) - 4 \cdot \sin(\omega t + \varphi)$ $R = 5$
а)



$r = 1$ $(R = 1)$
б)

Рис. 1. Графіки кіл побудованих за заданою системою рівнянь в декартовій системі координат в параметричній формі – а) та рівнянням в полярній системі координат –б).

Як видно з (1), (2) і (3) синусоїдальними функціями в параметричній формі фактично описується коло (в найпростішому варіанті) або інші криві, які зручно представляти в полярній системі координат (ПСК). Відомо, що рівняння кола в декартових координатах задається рівнянням: $x^2+y^2=R^2$. Підставивши значення x та y заданих в параметричній формі (2), отримаємо:

$$(A \cdot \cos(\omega t + \phi))^2 + (A \cdot \sin(\omega t + \phi))^2 = R^2,$$

звідки $A^2 \cdot \left(\cos^2(\omega t + \phi) + \sin^2(\omega t + \phi)\right) = R^2$, спростивши вираз, отримаємо $A^2 = R^2$ $\Rightarrow A = R$. Замінивши позначення амплітуди синусоїди A на позначення радіус вектора r, отримаємо рівняння кола в ПСК (рис.1,б).

ДКС та ПСК пов'язані виразами: $r = \sqrt{x^2 + y^2}$, $\varphi = arctg\, y/x$, $\cos\varphi = x\big/\sqrt{x^2 + y^2}$, $sin\,\varphi = y\big/\sqrt{x^2 + y^2}$; $x = r \cdot \cos\varphi$, $y = r \cdot \sin\varphi$, $x^2 + y^2 = r^2$, які в подальшому будемо використовувати для представлення сигналів в ПСК.

В результаті переходу до ПСК миттєві значення сигналів будуть виражатися дискретною функцією залежності радіус-вектора від кута:

$$\mathrm{r_i} = \psi(\varphi_i)\,. \tag{5}$$

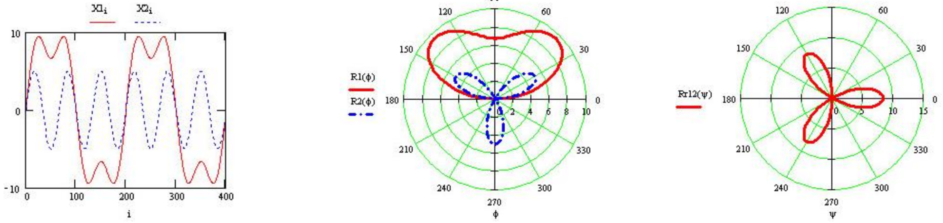
Якщо $\varphi_i = \omega \cdot i \cdot \Delta t + \phi$ має період 2π, то $\Delta t \le 1/2 f_в = \pi/\omega_в$, а крок дискретизації по змінній φ_i буде визначатися: $\Delta\varphi = 2\pi - \phi/\omega \cdot \Delta t$. За один період циклічного процесу (5) отримаємо n значень радіус-вектора сигналу $\mathrm{r_i}$ при відповідних значеннях φ_i. Якщо спостереження вести на достатньо довгому інтервалі, то отримаємо $\mathrm{N >> n}$ дискретних пар відліків $\mathrm{r_i}$ і φ_i, при цьому кожні n: $\varphi_i = \varphi_{i+j\mathrm{n}}$, $\mathrm{i} = \overline{0,\ \mathrm{n}-1}$, $\mathrm{j} = \overline{0,\ \mathrm{m}}$, де $\mathrm{m} = N/n$. Таким чином, буде створюватись накопичувальний ефект, який в найпростішому випадку можна визначати звичайною сумою: $\mathrm{P_i} = \frac{1}{m}\sum_{j=1}^{m}\psi(\varphi_{i+j})$. Хоча в складніших випадках результуючий вплив може виражатися функцією від кількості повторень $\Phi(\mathrm{j})$:

$$\mathrm{P_i} = \Phi\big(\psi(\varphi_{i+j}), j\big), \text{ або } \mathrm{P_i} = \Phi\big(\mathrm{r_{i+j}}, j\big), \text{ при } \mathrm{i} = \overline{0,\ \mathrm{n}-1},\ \mathrm{j} = \overline{0,\ \mathrm{m}}.$$

При взаємодії двох об'єктів, що описуються періодичними або квазіперіодичними функціями у якості $\Phi(\mathrm{j})$ можна використати взаємокореляційну функцію, яку також представити у ПКС: $Krxry(j) = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} rx_i \cdot ry_{i+j}$, де $j = 0, 1, \ldots, m$, що відповідає зсуву на кут $\varphi = j \cdot \Delta\varphi$ в полярних координатах; rx_i – дискретне значення першої функції; ry_i – дискретне значення другої функції. В результаті отримаємо на базі коваріаційної функції оцінку накопичувального ефекту у вигляді:

$$\mathrm{P_i} = \frac{1}{m}\sum_{j=0}^{m}\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} rx_{i+j}\cdot ry_{i+j} = \frac{1}{N}\sum_{j=0}^{m}\sum_{i=1}^{n} rx_{i+j}\cdot ry_{i+j}\,.$$

На рис.2 представлено графіки двох сигналів $X1(t) = 10\cdot\sin(t) + 10/3\sin(3t)$ та $X2(t) = 5\cdot\sin(3t)$ в декартових координатах - а), в полярних координатах - б) та їх коваріаційної функції - в).



а) б) в)

Рис. 2. Графіки сигналів

Побудова кореляційних моделей для таких процесів вимагає великих значень зсувів j, що приводить до значних часових та обчислювальних затрат. Це обумовлює необхідність розробки нових та вдосконалення існуючих апаратних засобів опрацювання сигналів з підвищеною швидкодією, які реалізують покращені алгоритми та апаратні структури. В результаті проведених досліджень запропонована структура спецпроцесора обчислення коваріаційної функції КСП у базисі Хаара-Крестенсона, що наведена на рис. 3 [5]. Сумарний час переключення КСП згідно функціональної структури складає $\tau_{(ХК)}=20\upsilon$, тобто у 5-7 разів перевищує швидкодію аналогів, апаратна складність $A_{К(ХК)}=(67{,}5k)\cdot m$.

На рис. 4 представлені порівняльні діаграми часової - а) та структурної - б) складності запропонованого спецпроцесора КСП(ХК) та пристрою обчислення коваріаційної функції у ТЧБ Радемахера КСП(Р).

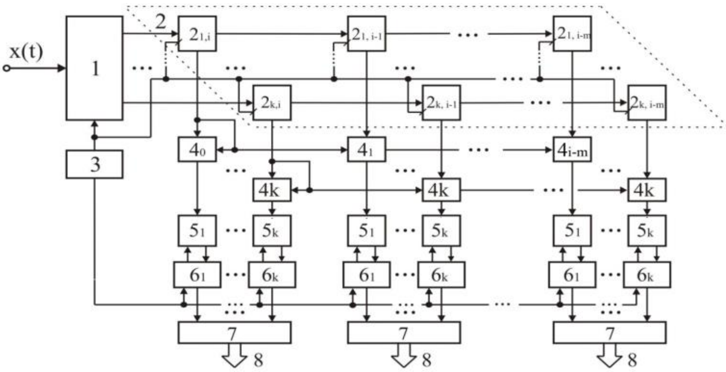


Рис. 3. Структура КСП в ТЧБ Хаара-Крестенсона

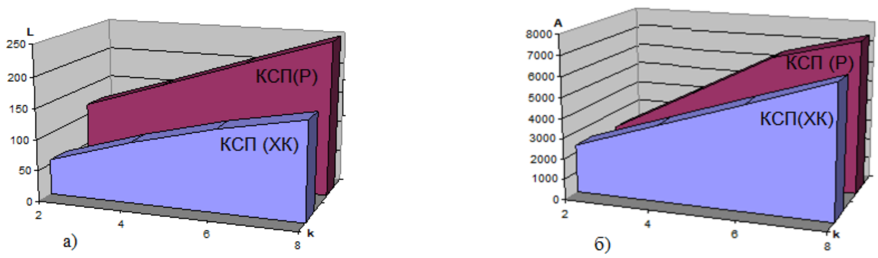


Рис. 4. Порівняльні діаграми коваріаційних спецпроцесорів

З рис. 4. видно переваги системних характеристик запропонованого КСП в ТЧБ Хаара-Крестенсона від базової структури КСП в ТЧБ Радемахера

Висновки. Досліджені моделі можуть знайти практичне застосування в багатьох сферах, наприклад, оцінити зношуваність шестерень при різних співвідношеннях зубців, лопатей турбін, коліс в механіці, глибше проаналізувати процеси в електромережах та об’єктах електроенергетики, в радіоелектроніці при опрацюванні сигналів, більш досконалого вивчення взаємодії небесних тіл. Запропонована структура КСП з покращеними системними характеристиками забезпечить підвищення швидкодії обчислення кореляційних функцій у ПСК.

Література

[1] *Nykolaichuk Y.,Vozna N.,Segin A.,Pitukh I.,Pastukh T., Albanskiy I.* Theoretical Principles for Determining Correlation Entropy, Structure and System Characteristics of Special-Purpose Processors.- 10th International Conference on Advanced Computer Information Technologies (ACIT).- 2020.- p. 327-332,

[2] *Segin A., Yatskiv V., Davletova A.* Specialized Computer Based Real Time Road Signs Recognition System for Vehicles.- Proceeding of the 2017 IEEE 9th International Conference on Intelligent Data Acquisition and Advanced Computing Systems: Technology and Applicstions (IDAACS'2017).- 2017.- p.441-445.

[3] Спеціалізовані комп'ютерні технології в інформатиці / *під загальною редакцією Я. М. Николайчука.* - Тернопіль: ТзОВ «Терно-граф».- 2017.- 913 с.

[4] Проектування комп'ютерно-інтегрованих систем: Монографія / *за загальною редакцією А.І. Сегіна* - Тернопіль: ВПЦ «Університетська думка».- 2023.- 495 с.

[5] *Албанський І.Б.* Метод кореляційного опрацювання інформаційних даних, структура та компоненти високопродуктивних кореляторів у базисі Хаара-Крестенсона.- Комп'ютерні системи та мережі.- №745.-2012.- с. 3-10.

Correlation models in the polar coordinate system for determining the mutual influence of cyclic processes and their implementation on the basis of correlation special processors

Andrii Segin, Ivan Adbanskyi, Alina Davletova

The article researches the correlation models of objects, taking into account the long-term influence on them of endless processes of a cyclic nature with constant or variable periodicity. The value of their instantaneous effects on the studied objects is very small, and they are often neglected in model building or analysis. However, due to long-term influence or repeated repetition, even very weak correlations can have a significant impact on the course of processes, the formation of objects and the development of systems. Correlation models of objects were built taking into account the long-term influence on them of infinite processes. The structure of a high-performance special processor for calculating the covariance function in the Haar-Crestenson basis is proposed, which is characterized by a 5-7 times increase in speed and a decrease in hardware complexity.

Отримано 12.03.23