

Методи розрахунку площ накладання фарб растрових елементів еліпсоїдної форми

А.С. Пушак¹, Р.В. Казьмірович²

¹к. фіз.-мат. н., доцент, Українська академія друкарства, вул. Під Голоском 19, Львів, 79020, Україна

²д. т. н., професор, Українська академія друкарства, вул. Під Голоском 19, Львів, 79020, Україна

Розглянуто механізми виникнення муару при друці «точка в точку» для різних форм растрових елементів (коло, квадрат, ромб, еліпс). Наведено алгоритми розрахунку площ спільного накладання растрових елементів суміжних фарб круглої, квадратної та ромбічної форм. Розроблено алгоритм та методику розрахунку площ спільного накладання растрових елементів еліпсоїдної форми за довільного по осях координат їх несуміщення. Програмний код для обчислення площ спільного перетину еліпсів написано використовуючи мову програмування Pascal 7.0. Для обчислення площі спільного перетину двох еліпсів використано метод Монте-Карло. Знайдено оптимальні геометричні параметри для стохастичного процесу методу Монте-Карло. Одержано залежності площ спільного накладання растрових елементів еліпсоїдної форми від несуміщення по осі x за різних несуміщень по осі y .

Ключові слова: муар, друк «точка в точку», растрова крапка еліпсоїдної форми, стохастичний процес, ітерація, метод Монте-Карло.

Вступ. Виникнення муару (чергування смуг світлих та темних тонів на репродукції, відсутнього в оригіналі) в результаті накладання растрових структур під час синтезу кольорових зображень з використанням тріадних фарб (пурпурна, голуба, жовта) плюс контурна (чорна) є одним з ефектів, який погіршує якість зображення. Площу растрової крапки можна отримати за різних форм її контуру. Це може бути коло, квадрат, ромб, еліпс чи будь яка інша фігура, або випадковим чином заповнені комірки по всьому полю (такий метод називається частотно-модульованим раструванням, особливістю якого є відсутність появи муару).

Зменшення муару за ампліудно-модульованого растрування забезпечується дотриманням оптимальних кутів повороту растрів для різних кольорів та підвищенням її лінійності [1, 2, 3, 4]. При цьому субрастрові комірки не повертаються – внаслідок їх малих розмірів поворот комірок був би візуально не розпізнаний.

Для корекції муару при ампліудно-модульованому раструванні найбільш досконалою та перспективною технологією друку є друк «точка в точку» [1, 3], яка на сьогодні стає все більш реальною за умови появи моделей додрукарських та друкарських машин, в яких суміщення фарб буде здійснюватись комп'ютером та опрацьовуватиметься автоматично з точністю до точки лінійності растру.

В роботах [5, 6, 7, 8] розглянуто алгоритми розрахунку площ спільного накладання растрових елементів суміжних фарб круглої, квадратної, ромбічної та еліпсоїдної форм та приведено результати їх комп'ютерного моделювання. Для розрахунку площ було використано математичний метод визначення площ

криволінійних фігур (криволінійна трапеція). Цей метод зводиться до безпосереднього інтегрування функцій, які описують форму растрового елемента. У випадку круглої та еліпсоїдної форм растрового елемента функція, яка описує форму елемента має квадратичний характер. Окрім цього, для знаходження площі спільного накладання елементів круглої та еліпсоїдної форми необхідно фігуру, яка виникла під час накладання, розбити на елементарні фігури – криволінійні трапеції, площі яких можна обчислити шляхом інтегрування функції, яка описує контур фігури (рис. 1).

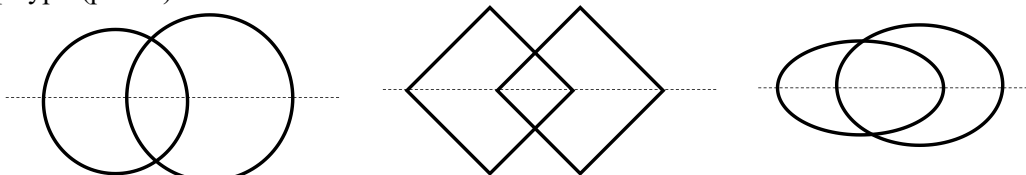


Рис. 1. Вигляд фігур спільного накладання растрових елементів круглої, ромбічної та еліпсоїдної форми за їх суміщення вздовж осі x .

Однак така математична процедура для знаходження площі фігур, які виникають при накладанні растрових елементів круглої та еліпсоїдної форми, є доволі громісткою та рутинною. Окрім цього за різного співвідношення параметрів растрових елементів може виникати різна і велика кількість елементарних фігур (криволінійних трапецій), що ускладнює методику обчислення площі фігур. Особливо ситуація ускладнюється, якщо обчислювати площу спільного накладання двох растрових елементів еліпсоїдної форми за їх несуміщення одразу по двох осях координат. У цьому разі математична процедура знаходження площі спільного накладання звичайним інтегруванням функції, яка описує контур елемента, стає дуже громісткою. Цю проблему можна вирішити використовуючи метод Монте-Карло для знаходження площі криволінійних фігур. Хоча цей метод дає наближений результат, однак використовуючи оптимальні параметри стохастичного процесу можна обчислювати площі із заданою точністю.

В даній роботі використано метод Монте-Карло для знаходження площі криволінійних фігур, які виникають при накладанні растрових елементів еліпсоїдної форми за їх несуміщення одразу по двох осях координат.

Метою роботи було знаходження залежності площі спільного накладання растрових елементів еліпсоїдної форми за їх несуміщення по двох осях координат.

1. Обчислення площі фігури спільного перетину двох еліпсів методом Монте-Карло

Розглянемо криволінійну фігуру (рис. 2), яка утворена спільним перетином двох еліпсів, центри яких суміщені один відносно одного по двох осях координат x та y . Нехай утворена фігура обмежена прямокутником шириною L і висотою H . Ширину L зручно вибрати значенням $L = a_1 + a_2 + c$, за умови якщо $a_1 + a_2 + x \geq 2a_1$, в іншому випадку $L = 2a_1$ де a_1 та a_2 – великі пів осі еліпсів; c – суміщення еліпсів по осі x . Висоту H зручно вибрати як $H = b_1 + b_2 + d$ за умови якщо $b_1 + b_2 + d \geq 2b_2$, в іншому випадку $H = 2b_1$ де b_1 та b_2 – малі пів осі еліпсів; d – суміщення еліпсів по осі y . Такий вибір параметрів прямокутника дозволяє максимізувати

співвідношення площі прямокутника до площі одержаної фігури спільного перетину еліпсів, що мінімізує похибку обчислення площі даної фігури (рис. 2).

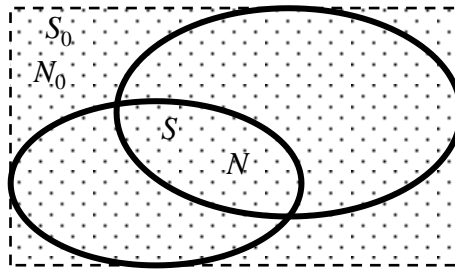


Рис. 2. Вигляд фігур спільного накладання растрових елементів круглої, ромбічної та еліпсоїдної форми за їх суміщення вздовж осі x.

Якщо випадковим (стохастичним) процесом вибрати N_0 точок, які обмежені прямокутником, тобто розподіл точок є однорідним, то очевидним є той факт, що кількість точок N , які обмежені криволінійною фігурою спільного перетину еліпсів є прямо пропорційна до площі S цієї фігури. Тобто відношення площі прямокутника до площі фігури дорівнює відношенню кількості точок у прямокутнику до кількості точок обмежених фігурою. Оскільки параметри прямокутника (L , H) є задані, його площа S_0 є відома, то площу криволінійної фігури можна обчислити за формулою:

$$S = \frac{N}{N_0} S_0 \quad (1)$$

Як видно з формули (1) точність визначення S буде вищою, чим більше N_0 . Таким чином використовуючи сучасну комп'ютерну техніку можна легко із заданою точністю визначити площу криволінійної фігури.

2. Результати математичного моделювання.

Програмний код для обчислення площі спільного перетину двох еліпсів, використовуючи метод Монте-Карло, було написано мовою Pascal 7.0, що дозволяє інтегрувати його у спеціалізований програмований логічний мікроконтролер (ПЛК) фірми Siemens, який аналізує суміщення двох растрових елементів та, залежно від величини суміщення, коректує процес друку. На рисунку 3 приведено результат роботи програмного коду у середовищі Pascal 7.0 з виведенням числових значень параметрів еліпсів, площі їх спільного перетину та графічного представлення цих еліпсів.

Метод Монте-Карло є простіший порівняно з іншими методами обчислення площ криволінійних фігур, тому розмір вихідного програмного коду у 5 разів менший за розмір програмного коду, який реалізує обчислення площі криволінійної трапеції методом інтегрування функцій. Оскільки метод Монте-Карло є наближений, то для заданої точності обчислення площі необхідно вибирати велике число точок N стохастичного процесу.

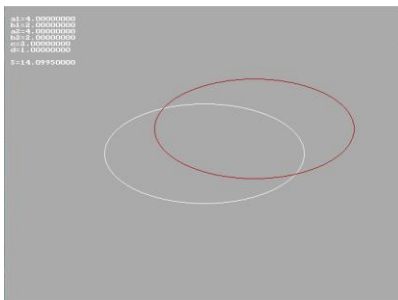


Рис. 3. Вікно виведення результатів обчислення площі спільного перетину двох еліпсів у середовищі Pascal 7.0.

В даній роботі було підібрано оптимальне число N для визначення площі спільного перетину двох еліпсів з певною точністю. Наприклад, за $N = 50000$ площа спільного перетину двох еліпсів $a_1 = a_2 = 4$, $b_1 = b_2 = 2$ відносних одиниць і суміщення вздовж осі x – 1 відносних одиниць становить 21,10464 відносних одиниць. Площа спільного перетину таких еліпсів обчислена точним методом (метод інтегрування) становить 21,14318. Тут точність результату визначається лише заокругленням до певної кількості знаків після коми. Як видно з наведених результатів похибка обчислення площі методом Монте-Карло за $N = 50000$ не перевищує 0,2 %, що є абсолютно задовільним для формування зображень при друці «точка в точку».

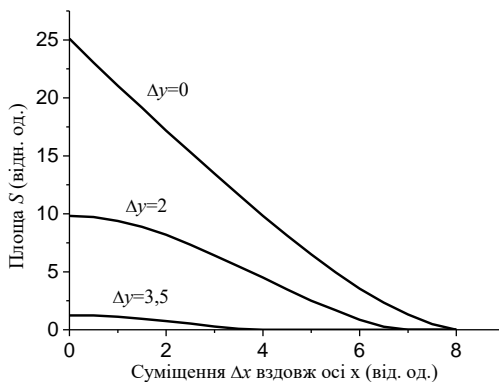


Рис. 4. Криві залежності площі спільного перетину растрових елементів еліпсоїдної форми ($a_1 = a_2 = 4$, $b_1 = b_2 = 2$ відносних одиниць) від величини їх суміщення вздовж осі x за різного суміщення вздовж осі y .

На рисунку 4 приведено криві залежності площі спільного перетину двох еліпсів від величини суміщення вздовж осі x за різних суміщень вздовж осі y . Отже, використовуючи метод Монте-Карло для обчислення площ криволінійних фігур можна легко визначити площу спільного перетину растрових елементів довільної форми та різного суміщення вздовж осей координат.

Висновки. Розроблено алгоритм обчислення площі спільного перетину растрових елементів еліпсоїдної форми методом Монте-Карло. Підібрано оптимальні параметри стохастичного експерименту, що забезпечує необхідну точність результату за найменшого числа ітерацій N стохастичного експерименту. Написано

програмний у середовищі Pascal 7.0, що дозволяє інтегрувати його у програмовані логічні контролери, які керують процесом друку «точка в точку». За значення числа ітерацій $N = 50000$ похибка обчислення площі спільного перетину двох еліпсів становить 0,2%.

Література

1. Широков А.Д. Допечатная підготовка для типоофсета. К.: 2011. – 50 с.
2. Щёголев И. О растровом выборе. КомпьюАрт, №3, 2010.
3. Раскин А.Н., Ромейков И.В., Бирюкова Н.Д., Муратова Ю.А., Ефремова А.Н. Технология печатных процессов. М.: Книга, 1989. – 432 с.
4. Кипханг Г. Энциклопедия по печатны средствам информации. Технология и способы производства.- М.: МГУП, 2003. – 1280 с.
5. Казьмірович О.Р., Пушак А.С., Казьмірович Р.В. Розрахунок площ накладання фарб растрових крапок круглої форми методом друку «точка в точку». Комп'ютерні технології друкарства : зб. наук. праць. – Львів: Укр. акад. друкарства, 2019. № 1 (41). – С. 57-64.
6. Казьмірович О.Р., Пушак А.С., Казьмірович Р.В. Розрахунок площ накладання фарб растрових елементів квадратної форми при друці «точка в точку». Комп'ютерні технології друкарства: зб. наук. праць. – Львів: Укр. акад. друкарства, 2019. № 2 (42). – С. 81-88.
7. Казьмірович О.Р., Пушак А.С., Казьмірович Р.В. Розрахунок площ накладання фарб растрових крапок ромбічної форми при друці «точка в точку». Комп'ютерні технології друкарства : зб. наук. праць. – Львів: Укр. акад. друкарства, 2020. № 2 (44). – С. 143-150.
8. Казьмірович О.Р., Пушак А.С., Казьмірович Р.В. Розрахунок площ накладання фарб растрових крапок еліптичної форми при друці «точка в точку». Комп'ютерні технології друкарства : зб. наук. праць. – Львів: Укр. акад. друкарства, 2021. № 2 (46). – С. 43-54.

Methods of calculating areas of overlapping inks of ellipsoidal raster elements

A.S. Pushak, R.V. Kazmirovych

The mechanisms of moire occurrence during dot-to-dot printing for various forms of raster elements (circle, square, rhombus, ellipse) are considered. The algorithms for calculating the areas of common overlay of raster elements of neighboring inks of round, square and rhombic form are presented. An algorithm and methodology for calculating the areas of common overlay of raster elements of ellipsoidal form with arbitrary misalignment along the coordinate axes has been developed. The program code for calculating the areas of common overlay of ellipses using the Pascal 7.0 programming language was written. The Monte Carlo method was used to calculate the area of the common overlap of two ellipses. The optimal geometric parameters for the stochastic process of the Monte Carlo method were found. The dependences of the areas of common overlay of ellipsoidal raster elements on misalignment along the x-axis for different misalignments along the y-axis were obtained.

Отримано 27.09.22.